

УДК 539.5; 539.2; 548.5
КП
Номер держ. реєстрації 0118U003988
Інв. №

Національна академія наук України
Державне космічне агентство України
Інститут космічних досліджень
(ІКД НАН України та ДКА України)

03187 Київ 187, проспект Академіка Глушкова, 40, к. 4/1, телефакс 526 41 24,
e-mail: ikd@ikd.kiev.ua

ЗАТВЕРДЖУЮ

Заст. директора ІКД НАН України
та ДКА України, д.ф.-м.н., проф.

_____ О.К. Черемних
_____ 2018 р.

ЗВІТ

ПРО НАУКОВО-ДОСЛІДНУ РОБОТУ

«ПРИНЦИПИ ОДЕРЖАННЯ МАТЕРІАЛІВ В УМОВАХ МІКРОГРАВІТАЦІЇ»

(Етап 1 «Аналіз та моделювання процесів одержання монокристалічних та композитних матеріалів»)

(остаточний)

за договором 2-02/18 від 08 лютого 2018 р.

Науковий керівник

головний науковий співробітник,
чл.-кор. НАН України, д.ф.-м.н.

О.П. Федоров

Відповідальні виконавці:

старший науковий співробітник, к.ф.-м.н.
(Розділ 1)

А.Г. Машковський

старший науковий співробітник, к.ф.-м.н.
(Розділ 2)

Ю.О. Клименко

Київ-2018

Результати роботи розглянуті на Вченій раді ІКД НАН України та ДКА України,
протокол № від грудня 2018 р.

СПИСОК АВТОРІВ

Головний науковий співробітник,
чл.-кор. НАН України

Старший науковий співробітник,
к.ф.-м.н.

Старший науковий співробітник,
к.ф.-м.н.

Головний інженер з науково-технічної
інформації

Федоров О.П.
(Реферат, Вступ, Розділ 1)

Машковський А.Г.
(Розділ 1, Висновки)

Клименко Ю.О.
(Розділ 2, Висновки)

Кірносова М.А.
(оформлення звіту)

РЕФЕРАТ

Звіт про НДР: 40 сторінок, 6 рисунків, 3 додатки, 20 джерел посилання.
БІНАРНИЙ РОЗПЛАВ, ДИСПЕРСІЙНЕ РІВНЯННЯ, КАПІЛЯРНІСТЬ, СПРЯМОВАНЕ
ТВЕРДІННЯ, СТІЙКІСТЬ, ПІДСМОКТУВАННЯ, ФАЗОВА МЕЖА
ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ, ДЕФОРМАЦІЙНО-ЧУТЛИВИЙ ЕЛЕКТРОПРОВІДНИЙ
МАТЕРІАЛ, КОМПОЗИТ, МЕХАНІЧНІ НАВАНТАЖЕННЯ, НАПОВНЮВАЧ,
СЕГРЕГАЦІЙНА СТРУКТУРА

Об'єкти дослідження – процес твердіння в бінарних двофазних системах, деформційно-чутливі електропровідні матеріали.

Мета роботи – дослідження впливу капілярності, що залежить від флуктуацій температур, на стійкість фронту кристалізації бінарних двофазних систем в умовах мікрогравітації; аналіз електричних властивостей перспективних композитів з полімерною матрицею з різними типами наповнювачів, в залежності від змін структури композиту під дією навантаження, з метою їх використання в якості активних елементів перспективних сенсорів космічного призначення.

Методи дослідження – засоби математичної фізики та чисельної математики; засоби експериментальної фізики та хімії високомолекулярних сполук.

В розділі 1 представлені результати розроблення математичної моделі, що дозволяє комплексно досліджувати вплив на стійкість фронту фазового перетворення капілярності, термокапілярності, концентраційної капілярності, ефекту підсмоктування розплаву, а також потоку розплаву вздовж фронту твердіння.

В розділі 2 представлені результати щодо аналізу електричних властивостей композитів, з різними типами наповнювачів, та проаналізовано циклічні залежності деформації і струму від прикладеного навантаження в таких композитах. Протягом циклічних навантажень фіксувалася зміна деформації і електричного струму, що проходив крізь зразок. Показано, що одержані композити характеризуються необхідними пружними властивостями

та слугують основою розробки матеріалу, придатного для практичного використання у якості сенсорного матеріалу, електрочутливого до дії зовнішніх зусиль малої інтенсивності. Одержано патент на полімерний сенсорний матеріал, чутливий до навантаження.

ЗМІСТ

Вступ.....	6
1 Дослідження впливу капілярності, що залежить від флуктуацій температур, на стійкість фронту твердіння в бінарних двофазних системах.....	8
1.1 Постановка задачі	9
1.2 Рішення крайової задачі.....	15
1.3 Основні результати розрахунків.....	18
1.4 Обговорення результатів.....	19
2 Аналіз електричних процесів, що відбуваються в композитних матеріалах під дією механічних зусиль.....	22
2.1 Аналіз електричних властивостей композитів, наповнених різними типами наповнювачів	24
Висновки	32
Перелік посилань	33
Додаток А1. Загальний вид рівнянь, що описують процес спрямованого твердіння в умовах відсутності зовнішніх сил.....	35
Додаток А2. Явний вигляд функції, що входять у вираз (1.47)-(1.49)	38
Додаток А3. Фізичні параметри	39

ВСТУП

Метод спрямованої кристалізації перспективний для отримання широкого кола матеріалів (металевих і напівпровідникових монокристалів, тугоплавких і жаростійких сплавів, композиційних матеріалів) в умовах невагомості. Умови стійкості плоскої границі кристал-розплав в ході спрямованого твердіння розплаву являє собою одну з фундаментальних проблем фізики твердіння. Розподіл домішок і дефектів, особливості структурно-чутливих властивостей кристалу істотно визначаються динамікою границі фазового переходу. У цьому плані особливий інтерес представляє побудова математичної моделі тепломасопереносу поблизу фронту кристалізації, яка комплексно враховує вплив на динаміку фронту рух рідкої фази, термокапілярний і концентраційно-капілярний ефекти, а також ефект підсосу, що виникає внаслідок збільшення густини при твердінні. У розділі 1 представлено результати розроблення такої математичної моделі.

Результати досліджень властивостей електроактивних композитів (пружна полімерна матриця з електропровідним наповнювачем) показує їх перспективність для створення різноманітних електромеханічних пристроїв, зокрема датчиків аерокосмічного призначення. Полімерна матриця такого композиту має високі пружні характеристики, тому навіть помірні зусилля призводять до деформації полімеру і, завдяки цьому, до зміни числа контактів між дисперсними електропровідними частинками (так званий п'єзорезистивний ефект). Це відображається в суттєвій зміні електропровідності нанокомпозиту.

На даний час п'єзорезистивний ефект набуває поширення для створення електрочутливих полімерних композитів в якості сенсорів зусиль, однак раніш відомі матеріали мають обмежені властивості, і, тому придатні, переважно, для індикації великих зусиль (десятки та сотні МПа). Електромеханічні сенсори для індикації помірних зусиль (МПа та менше), які б мали надійний сенсорний відклик на дію зовнішніх механічних навантажень, досі не створені. Це

пояснюється механізмом руйнування орієнтованої провідної структури композиту під дією зовнішніх навантажень.

У другому розділі даної роботи представлені результати довготермінових циклічних випробувань електроактивного композиту з сегрегованою структурою провідної фази. Провідні елементи такого композиту утворюють упорядковану тривимірну каркасну мікроструктуру в об'ємі еластичної полімерної матриці. При цьому концентрація провідних частинок є високою в стінках провідного каркасу, але в цілому є низькою відносно всього об'єму композиту. Такий тип структурної організації забезпечує, з одного боку, необхідний рівень електропровідності, а з другого – збереження еластичних властивостей полімеру, оскільки загальна концентрація провідної фази є низькою. При прикладанні зовнішніх зусиль до електроактивного композиту сегрегована мікроструктура деформується, змінюючи свій електричний опір, що впливає на величину струму, який протікає через деформований композит. Типова величина електропровідності такого композиту складає 10^{-3} - 10^{-6} Ом⁻¹см⁻¹ і знаходиться в межах, що є типовими для аморфних напівпровідників. Деформація і величина струму крізь зразок в режимі його циклічних механічних деформацій пов'язані між собою практично лінійною залежністю.

Проведено аналіз електричних характеристик сенсорного композиційного матеріалу під дією постійних або циклічних механічних навантажень та показана перспективність їх використання в якості активних елементів електромеханічних сенсорів аерокосмічного призначення.

1 ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ КАПІЛЯРНОСТІ, ЩО ЗАЛЕЖИТЬ ВІД ФЛУКТУАЦІЙ ТЕМПЕРАТУР, НА СТІЙКІСТЬ ФРОНТУ ТВЕРДІННЯ В БІНАРНИХ ДВОФАЗНИХ СИСТЕМАХ

Відомо, що метод спрямованої кристалізації перспективний для отримання широкого кола матеріалів (металевих і напівпровідникових монокристалів, тугоплавких і жаростійких сплавів, композиційних матеріалів) в умовах невагомості. Також добре відомо, що умови стійкості плоскої межі тверда фаза-розплав в ході спрямованого затвердіння бінарного розплаву являють собою одну з фундаментальних проблем фізики твердіння.

Розподіл домішок і дефектів, особливості структурно-чутливих властивостей твердої фази визначаються формою границі фазового переходу. Найбільш поширений підхід, при аналізі стійкості плоскої фазової границі ґрунтується на добре розробленій теорії концентраційного переохолодження [1]. Такий підхід відносно простий і фізично зрозумілий, однак, взагалі кажучи, обмежений, оскільки ігнорує низку енергетично значущих фізичних механізмів, які керують процесом спрямованого твердіння. У цьому сенсі особливий інтерес представляє побудова математичної моделі тепломасопереносу поблизу фронту кристалізації, яка комплексно враховує вплив на динаміку фронту рух рідкої фази, капілярний, термокапілярний і концентраційно-капілярний ефекти, а також ефект підсосу, що виникає внаслідок збільшення щільності при твердінні.

У даній роботі розроблена математична модель, що дозволяє комплексно досліджувати вплив на стійкість фронту фазового перетворення капілярності, термокапілярності, концентраційної капілярності, ефекту підсмоктування розплаву, а також потоку розплаву вздовж фронту твердіння. Процедурно модель складається з трьох частин:

- 1) Стаціонарна задача спрямованого твердіння, що включає в себе рівняння Прандтля в наближенні плоскопаралельної течії, рівняння тепломасопереносу в рідкій фазі і рівняння теплопереносу у твердій фазі;

2) Крайова задача для просторових збурень параметрів стану, що описує нескінченно мале відхилення від «рівноважного» процесу спрямованого затвердіння. В якості граничних умов на нестационарній рухомій границі фазового переходу використовуються загальні закони збереження маси, імпульсу і енергії, наведені в [2]. Побудова дисперсійного алгебраїчного рівняння, що зв'язує комплексну частоту з хвильовим числом, швидкістю протяжки, концентрацією домішки на нескінченності, градієнтом температури (в рідкій і твердій фазах) і швидкістю течії на нескінченності;

3) Програмна реалізація обчислення власних значень (коренів дисперсійного рівняння), що визначають динаміку системи, і побудова кривих нейтральної стійкості на площині хвильове число – швидкість протяжки, а також побудова інших залежностей.

1.1 Постановка задачі

Аналогічно [3] введемо системи координат: лабораторну (X', Y', Z') і пов'язану з фронтом кристалізації (X, Y, Z) . Пов'язана система координат рухається в додатному напрямку осі Z' зі швидкістю фазової межі w . Перетворення координат визначається співвідношеннями:

$$x = x', \quad y = y', \quad z = z' - wt.$$

Швидкість w назвемо швидкістю протяжки. Тут і далі всі параметри мають безрозмірне подання. Перетворення рівнянь до безрозмірного виду, та значення характерних величин представлено в Додатку А1-А3.

Для вивчення впливу течії розплаву на стійкість фронту фазового переходу розглянемо плоску модель процесу спрямованого затвердіння, яка схематично представлена на рис. 1.1. У верхній півплощині ($z > 0$) розташований бінарний розплав, у нижній ($z < 0$) – тверда фаза. Плоский фронт затвердіння збігається з віссю Y ($z = 0$) при $\forall t \in [0, \infty]$. Мається спрямована вздовж фронту затвердіння стаціонарна течія, яка описується рівняннями Прандтля [4]. Швидкість течії $V(z)$ на нескінченності задовольняє умові

$$V(\infty) = u = \text{const.}$$

У відсутності зовнішніх сил загальний вигляд рівнянь, що описує конвективний тепломасоперенос в області, розділеній поверхнею розриву, наведений у Додатку А1.

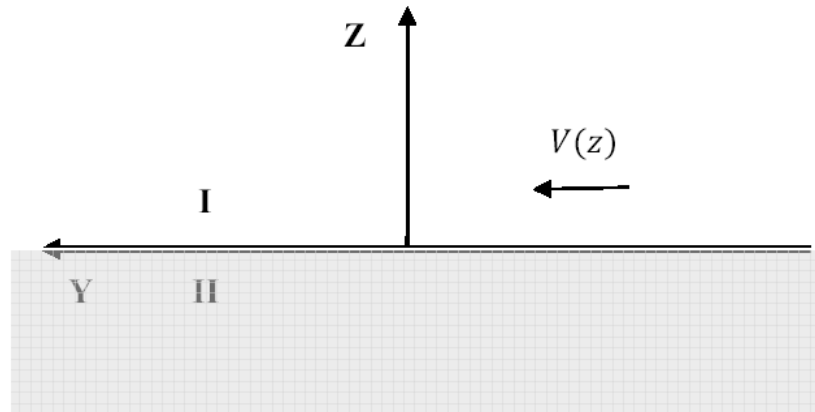


Рисунок 1.1 – Схема процесу спрямованого твердіння: напівплощина I відповідає рідкій фазі, півплощина II – твердої; V – швидкість потоку розплаву

Керуючись викладеними вище припущеннями, з рівнянь (A1.1)-(A1.5) отримуємо систему рівнянь, що описує у наближенні плоского погранслюя стаціонарний процес спрямованої кристалізації:

$$\frac{d^2 v}{dz^2} + \text{Re} \cdot w \frac{dv}{dz} = 0, \quad (1.1)$$

$$\frac{d^2 \theta_l}{dz^2} + \text{Pr}_l \cdot w \frac{d\theta_l}{dz} = 0, \quad (1.2)$$

$$\frac{d^2 J}{dz^2} + w \frac{dJ}{dz} = 0, \quad (1.3)$$

$$\frac{d^2 \theta_s}{dz^2} + \text{Pr}_s \cdot w \frac{d\theta_s}{dz} = 0, \quad (1.4)$$

де V – швидкість течії розплаву уздовж границі фазового переходу,

θ_l – різниця температур на фронті і в розплаві,

θ_s – різниця температур фронту і твердої фази,

J – стаціонарна концентрація домішки в бінарному сплаві.

Різниці температур θ_l , θ_s надалі будемо називати просто температурами стаціонарного стану рідкої і твердої фаз відповідно. Вид безрозмірних комплексів Re , P_l , P_s та ін. наведено у Додатку А1. Відзначимо, що рівняння (1.1) отримано з рівнянь Прандтля в нехтуванні розбуханням погранслою.

Відповідно до (A1.6)-(A1.12) рішення системи рівнянь (1.1)-(1.4) повинні задовольняти граничним умовам:

$$V(\infty) = u, \quad \theta_l(\infty) = \vartheta_l, \quad J(\infty) = 1, \quad (1.5)$$

$$V(0) = 0, \quad V_z(0) = (1 - \rho) \cdot w \quad (1.6)$$

$$\theta_l(0) = \theta_s(0), \quad \chi \cdot \theta_l'(0) - \theta_s'(0) = \Lambda \cdot w, \quad (1.7)$$

$$J'(0) + \rho \cdot (1 - \kappa) \cdot w \cdot J(0) = 0, \quad (1.8)$$

$$\theta_s(-l) = \vartheta_s, \quad l > 0, \quad (1.9)$$

де ϑ_l , ϑ_s – температури, задані на нескінченності в рідкій фазі і на деякій ізотерме у твердій фазі поблизу фронту кристалізації відповідно,

$V_z(z) = \text{const}$ – швидкість рідкої фази нормальної до фронту затвердіння,

$\rho > 1$ – відношення щільності твердої та рідкої фаз.

Штрих (') в граничних умовах (1.7), (1.8) і далі означає операцію диференціювання по змінній z . Як випливає з (A1.15), на поверхні $z = 0$ також повинна виконуватися умова

$$\theta_l(0) = -B_m \cdot J(0). \quad (1.10)$$

Співвідношення (1.10) задає в умовах рівноваги зв'язок між температурами ϑ_l , ϑ_s . Рішення крайової задачі (1.1)-(1.9) з урахуванням (1.10) має вигляд

$$V(z) = u \cdot (1 - e^{-Re \cdot w \cdot z}), \quad (1.11)$$

$$\theta_l(z) = \vartheta_l \cdot (1 - e^{-P_l \cdot w \cdot z}) + \vartheta_0 \cdot e^{-P_l \cdot w \cdot z}, \quad (1.12)$$

$$J(z) = 1 + \frac{\rho \cdot (1 - \kappa) \cdot e^{-w \cdot z}}{1 - \rho \cdot (1 - \kappa)}, \quad (1.13)$$

$$\theta_s(z) = \frac{\vartheta_0 \cdot (e^{-P_s \cdot w \cdot z} - e^{P_s \cdot w \cdot l}) + \vartheta_s \cdot (1 - e^{-P_s \cdot w \cdot z})}{1 - e^{P_s \cdot w \cdot l}}, \quad (1.14)$$

де

$$\vartheta_0 = -B_m \cdot J(0). \quad (1.15)$$

Фронт кристалізації співпадає з площиною $z = 0$, якщо температури на верхній (ϑ_l) та нижньої (ϑ_s) границях задовольняють співвідношенню

$$\vartheta_l = -\frac{P_s \cdot [\vartheta_s + B_m \cdot J(0)]}{\chi \cdot P_l \cdot (1 - \alpha \cdot P_s \cdot W \cdot l)} + \frac{\Lambda}{\chi \cdot P_l} - B_m \cdot J(0). \quad (1.16)$$

Далі для дослідження стійкості розглянемо нескінченно мале збурення стаціонарних змінних в системі (A1.1)-(A1.15):

$$\begin{aligned} v_y(y, z, t) &\rightarrow V(z) + \varepsilon v_y(y, z, t), & v_z(y, z, t) &\rightarrow (1 - \rho) \cdot w + \varepsilon v_z(y, z, t), \\ p(y, z, t) &\rightarrow p_0(z) + \varepsilon p(y, z, t), & T_l(y, z, t) &\rightarrow \vartheta_l(z) + \varepsilon T_l(y, z, t), \\ C(y, z, t) &\rightarrow J(z) + \varepsilon C(y, z, t), & T_s(y, z, t) &\rightarrow \vartheta_s(z) + \varepsilon T_s(y, z, t), \\ h(y, t) &\rightarrow \varepsilon h(y, t), \end{aligned}$$

де ε – нескінченно мала величина. Тоді в першому наближенні за параметром ε отримаємо:

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} + V \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{dV}{dz} v_z - W \frac{\partial v_y}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right), \quad (1.17)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + V \frac{\partial v_z}{\partial y} - W \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right), \quad (1.18)$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0, \quad (1.19)$$

$$\frac{\partial T_l}{\partial t} + V \frac{\partial T_l}{\partial y} + \frac{d\vartheta_l}{dz} v_z - W \frac{\partial T_l}{\partial z} = \frac{1}{P_l} \left(\frac{\partial^2 T_l}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_l}{\partial z^2} \right), \quad (1.20)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + V \frac{\partial C}{\partial y} + \frac{dJ}{dz} v_z - W \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2}, \quad (1.21)$$

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} - W \frac{\partial T_s}{\partial z} = \frac{1}{P_s} \left(\frac{\partial^2 T_s}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2} \right), \quad (1.22)$$

де v_y, v_z – компоненти збурення швидкості у напрямку осей Y і Z відповідно, p – збурення тиску, T_l, C – відповідно збурення температури і концентрації домішки в рідкій фазі, T_s – збурення температури в твердій фазі.

Відповідно (A1.6)-(A1.12) рішення системи рівнянь (1.17)-(1.22) повинні задовольняти граничним умовам:

$$v_y(y, \infty) = v_z(y, \infty) = T_l(y, \infty) = C(y, \infty) = 0, \quad (1.23)$$

$$v_z|_{z=0} = -(1 - \rho) \frac{\partial h}{\partial t}, \quad (1.24)$$

$$\begin{aligned} \text{Mp} \cdot \text{Re} \cdot \left[\frac{\partial u}{\partial C} \left(\frac{\partial C}{\partial y} + J'(0) \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial w}{\partial T} \left(\frac{\partial T_l}{\partial y} + \theta'_l(0) \frac{\partial h}{\partial y} \right) \right] + V''(0) \cdot h + \frac{\partial w_y}{\partial x} + \frac{\partial w_z}{\partial y} - \\ - \text{Re} \cdot \rho \cdot w \cdot \left[V'(0) \cdot h + v_y - (1 - \rho) w \frac{\partial h}{\partial y} \right] = 0, \end{aligned} \quad (1.25)$$

$$\begin{aligned} \chi \cdot \left(\theta''_l(0) \cdot h + \frac{\partial T_l}{\partial x} \right) + \rho \cdot w \cdot E_w \cdot c_{vl} \cdot \theta'_l(0) \cdot h + \text{Me} \cdot \alpha \cdot (1 - \rho) \cdot w \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \\ + \text{Bp} \cdot \left[(1 - \rho) \cdot w \cdot \left(p - \frac{V'(0) \partial h}{\text{Re} \partial y} - \frac{2 \cdot \partial w_z}{\text{Re} \partial x} \right) - \frac{V'(0) v_y}{\text{Re}} \right] + \rho \cdot w [E_w \cdot c_{vl} \cdot T_l + \\ + \text{Bp} \cdot w \cdot \left((2 - \rho) \cdot v_z - (1 - \rho) \frac{\partial h}{\partial t} \right)] + \rho \cdot [\Lambda - E_w \cdot c_{vl} \cdot \theta'_l(0) - \\ \text{Bp} \cdot (1 - \rho) \cdot w \cdot \left(1 + \frac{1}{2} (1 - \rho) \cdot w \right)] \frac{\partial h}{\partial t} - (\rho \cdot w \cdot E_w \cdot c_{vs} \cdot \theta'_s(0) + \\ + \theta''_s(0)) \cdot h - \rho \cdot E_w \cdot c_{vs} \cdot \left(w \cdot T_s - \theta_s(0) \frac{\partial h}{\partial t} \right) - \frac{\partial T_s}{\partial x} = 0, \end{aligned} \quad (1.26)$$

$$T_l|_{z=0} = T_s|_{z=0} + [\theta'_s(0) - \theta'_l(0)] \cdot h, \quad (1.27)$$

$$T_l|_{z=0} = - \left\{ B_m \cdot C|_{z=0} - B_s \cdot \alpha \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + [\theta'_l(0) - B_m \cdot J'(0)] h \right\}, \quad (1.28)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial x} \Big|_{z=0} + \rho(1 - \kappa) \cdot \left(w \cdot C|_{z=0} - J(0) \frac{\partial h}{\partial t} \right) + [\rho(1 - \kappa) \cdot w \cdot J'(0) - \\ - J''(0)] \cdot h = 0, \end{aligned} \quad (1.29)$$

$$T_s(y, -\infty) = 0, \quad (1.30)$$

де $h(y, t)$ – збурення фронту кристалізації,

Mp , Re , E_w , Me , Bp , B_m , B_s – безрозмірні комплекси, наведені в додатках (A1-A3),

$\alpha(C, T)$ – безрозмірна вільна енергія на поверхні розділу фаз, як функція концентрації і температури,

χ – відношення коефіцієнтів теплопровідності рідкої до твердої фази,

c_{vl} , c_{vs} – питомі коефіцієнти теплоємності рідкої і твердої фази відповідно,

p – збурення тиску,

Λ – прихована питома теплота плавлення.

Відзначимо, що граничні умови (1.23)-(1.30) отримані із загальних рівнянь збереження потоків на збуреній поверхні розриву (A1.6)-(A1.12) в результаті знесення на незбурену границю $z = 0$.

Перетворимо отриману крайову задачу наступним чином. У рівняннях (1.17)-(1.22) і граничних умовах (1.23)-(1.30) введемо функцію струму наступним чином

$$v_y = \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad v_z = -\frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (1.31)$$

а змінні, що відшукуються, представимо у вигляді

$$[\psi(y, z, t), p(y, z, t), T_t(y, z, t), C(y, z, t), T_s(y, z, t), h(y, t)]^T = \\ = [\varphi(y, t), \Pi(z), T_t(z), C(z), T_s(z), \eta]^T \cdot e^{i(ky - \omega t)}, \quad (1.32)$$

де k – хвильове число, ω – комплексна частота.

Підставляючи (1.31), (1.32) в (1.17)-(1.30) і виключаючи амплітуду збурення тиску $\Pi(z)$ в рівняннях (1.17), (1.18), одержимо двоточкову крайову задачу для амплітуд збурень:

диференційне рівняння

$$\varphi^{IV} + \text{Re} \cdot w \varphi^{III} + [i \text{Re} \cdot (\omega - kV) - 2k^2] \varphi^{II} - k^2 \text{Re} \cdot w \varphi^I + \\ + \{i k \text{Re} \cdot [V'' - k(\omega - kV)] + k^4\} \varphi = 0, \quad (1.33)$$

$$T_t^{II} + P_t \cdot w T_t^I + [i P_t \cdot (\omega - kV) - k^2] T_t = -i k P_t \cdot \theta_1' \varphi, \quad (1.34)$$

$$C^{II} + w C^I + [i(\omega - kV) - k^2] C = -i k J' \varphi, \quad (1.35)$$

$$T_s^{II} + P_s \cdot w T_s^I + (i P_s \cdot \omega - k^2) T_s = 0, \quad (1.36)$$

та граничні умови

$$\varphi(\infty) = \varphi'(\infty) = T_t(\infty) = C(\infty) = 0, \quad (1.37)$$

$$k \varphi(0) - (1 - \rho) \omega \eta = 0, \quad (1.38)$$

$$\varphi'' - \text{Re} \cdot \rho \cdot w \cdot \varphi'(0) + k^2 \varphi(0) + i k \text{Re} \cdot M_p \cdot (\alpha_c C - \alpha_T T_t) + \\ + \{i k \text{Re} \cdot [M_p \cdot (\alpha_c J'(0) - \alpha_T \theta_1'(0)) + \rho(1 - \rho) \cdot w^2] - \\ - (1 + \rho) \cdot \text{Re}^2 \cdot w^2 \cdot u\} \cdot \eta = 0, \quad (1.39)$$

$$\begin{aligned} & \chi T_1'(0) - T_2'(0) + \rho w \cdot E_w \cdot (c_{vt} T_1 - c_{vs} T_2) + \{\rho w \cdot E_w \cdot (c_{vt} \theta_1'(0) - \\ & - c_{vs} \theta_2'(0)) + \chi \theta_1''(0) - \theta_2''(0) - k^2 M e \cdot \alpha \cdot (1 - \rho) w - i \omega \rho [\Lambda + \\ & + E_w \theta_0(c_{vs} - c_{vt})]\} \cdot \eta = 0, \end{aligned} \quad (1.40)$$

$$T_1(0) - T_2(0) - [\theta_1'(0) - \theta_2'(0)] \cdot \eta = 0, \quad (1.41)$$

$$T_1(0) + D_m \cdot C(0) + [\alpha D_s \cdot k^2 + D_m \cdot J'(0) + \theta_1'(0)] \cdot \eta = 0, \quad (1.42)$$

$$\begin{aligned} & C_1'(0) + \rho(1 - \kappa) w C_1(0) + \{\rho(1 - \kappa)[w J'(0) + \\ & + i \omega J(0)] - J''(0)\} \cdot \eta = 0, \end{aligned} \quad (1.43)$$

$$T_2(-\infty) = 0. \quad (1.44)$$

Тут передбачається, що поверхнева вільна енергія $\alpha(C, T)$ є лінійною функцією концентрації і температури. Так що позначення α_c , α_T які використовуються в (1.39) мають наступний фізичний сенс

$$\alpha_c = \left(\frac{\partial \alpha}{\partial C} \right)_{T=\text{const}}, \quad \alpha_T = \left(\frac{\partial \alpha}{\partial T} \right)_{C=\text{const}}$$

1.2 Рішення крайової задачі

Коефіцієнти системи рівнянь (1.33)-(1.36) є функціями змінної z і містять експоненти, тому вирішення цієї системи шукалися у вигляді розкладання в ряд по експонентам. При цьому вважалося, що

$$\text{Re} \ll 1, \quad P_1 \ll 1, \quad P_2 \ll 1. \quad (1.45)$$

Наближений розв'язок системи (1.33)-(1.36), що задовольняє граничним умовам (1.37), (1.44) і залежний від довільних постійних, має вигляд

$$\varphi(z) \cong (C_1^{\varphi} + C_2^{\varphi} \cdot z) e^{-kz}, \quad (1.46)$$

$$C(z) \cong C_1^c \cdot f_1^c(z) e^{-\lambda_1 z} + [C_1^{\varphi} \cdot f_2^c(z) + C_2^{\varphi} \cdot f_3^c(z)] e^{-(w+k)z}, \quad (1.47)$$

$$T_1(z) \cong C_1^t \cdot f_1^t(z) e^{-\lambda_2 z} + [C_1^{\varphi} \cdot f_2^t(z) + C_2^{\varphi} \cdot f_3^t(z)] e^{-(w+k)z}, \quad (1.48)$$

$$T_2(z) = C_1^s e^{-\lambda_3 z}, \quad (1.49)$$

де $C_1^\varphi, C_2^\varphi, C_1^c, C_1^t, C_1^s$ – довільні постійні. Явний вид функцій, що входять у вирази (1.47), (1.49), наведено у Додатку А2.

Підставляючи рішення (1.46)-(1.49) в граничні умови (1.38)-(1.43), одержимо однорідну лінійну систему алгебраїчних рівнянь виду

$$\mathbf{A}(k, \Omega)\mathbf{x} = 0, \quad \mathbf{x}^T = [C_1^t, C_1^s, C_1^c, \eta, C_1^\varphi, C_1^\varphi], \quad (1.50)$$

де

$$\Omega = \sqrt{w^2 + 4[k^2 - t(\omega - kw)]}. \quad (1.51)$$

Система рівнянь (1.50) матиме нетривіальне рішення, якщо визначник матриці $\mathbf{A}(k, \Omega)$ буде задовольняти умові

$$|\mathbf{A}(k, \Omega)| = 0. \quad (1.52)$$

Рівняння (1.52) з урахуванням (1.51), що зв'язує хвильове число k з комплексною частотою ω , традиційно назвемо дисперсійним рівнянням. Корні рівняння (1.52) визначають залежність власних значень крайової задачі (1.33) - (1.44) від хвильового числа і фізичних параметрів процесу. Дійсна частина частоти ω (1.32) дозволяє отримати інкременти (показники зростання) амплітуд просторових збурень границі фазового переходу які виражаються у вигляді

$$\delta = \text{Re}(\Omega^2) - k^2 - \frac{w^2}{4}. \quad (1.53)$$

Далі звернемо увагу на значимість граничної умови (1.38), яка впливає з умови збереження щільності потоку маси при переході через границю розділу фаз. У цієї умові для відносної щільності ρ , в залежності від речовин, що беруть участь в направленому затвердінні, теоретично можуть реалізуватися наступні три випадки.

$$\rho > 1, \quad (1.54)$$

$$\rho = 1, \quad (1.55)$$

$$\rho < 1, \quad (1.56)$$

У разі реалізації (1.55) спостерігач в лабораторній системі координат буде фіксувати рівномірний рух фронту затвердіння з постійною швидкістю w при

нерухомому стані рідкої фази. Якщо ж реалізується умова (1.54) то, при русі фронту затвердіння з постійною швидкістю, нерухомий спостерігач повинен фіксувати рух рідкої фази назустріч фронту з деякою швидкістю, що компенсує дефіцит, порівняно з твердою фазою, щільності упаковки речовини в рідкій фазі. Таким чином, при направленому затвердінні, перед фронтом виникає ефект підсмоктування рідкої фази. Реалізація ж умови (1.56) призведе до течії рідкої фази в напрямку від фронту затвердіння. Інтуїтивно здається очевидним, що ефекти підсмоктування або виштовхування рідкої фази є досить потужними механізмами, щоб надавати домінуючий вплив на динаміку фронту затвердіння. В роботі [1] в рамках феноменологічної теорії механіки суцільного середовища досліджено стійкість фронту затвердіння в разі (малоймовірної) реалізації умови (1.55). Для цього випадку, як і очікувалося, було показано, що основним чинником, що визначає стійкість фронту твердіння, є концентраційне переохолодження. Математична модель, що подана в даній роботі, як видно з наведеної вище постановки задачі, враховує широкий діапазон чинників: від поверхневого натягу, термокапілярності і концентраційної капілярності до ефектів підсмоктування або виштовхування рідкої фази.

Розкриваючи визначник (1.52), отримуємо в якості дисперсійного рівняння поліном шістнадцятого порядку

$$\sum_{n=0}^{16} Q_n \cdot \Omega^n = 0 \quad (1.57)$$

де Q_n – коефіцієнти полінома, в силу функціональної залежності дуже великої складності від великої кількості фізичних параметрів, дотичних до процесу спрямованого затвердіння, не можуть бути виписані у вигляді змістовного вираження і можуть бути представлені тільки алгоритмічно.

Як зазначалося вище, отримане дисперсійне рівняння достатньо складне, тому що для нашої мети вимагає багаторазового обчислення великої кількості коренів при великому наборі різних комбінацій фізичних параметрів, які керують процесом. Ця обставина вимагає великих витрат комп'ютерного часу на багаторазові обчислення коренів рівняння (1.57), а також значних витрат

часу на аналіз отриманих чисельних результатів і перетворення цих результатів до виду придатному для презентації. Виходячи з вище сказаного, на даному етапі ми обмежимося обчисленнями необхідними для побудови кривої нейтральної стійкості переважно зумовленої ефектом підсмоктування, а також кривих обумовлених концентраційним переохолодженням і рекалесценцією в умовах впливу капілярності і підсмоктування.

1.3 Основні результати розрахунків

Дисперсійне рівняння (1.57) у разі бінарного розплаву SCN-Ac вирішувалося для значень зовнішнього градієнта температури $G = 6000$ К/м, концентрації на нескінченності $c_0 = 0,1$ мол. % і характерною швидкістю протяжки $W_0 = 10^{-6}$ м/с. Теплофізичні параметри розплаву, необхідні для обчислення безрозмірних комплексів (Додаток А1) та значення характерних параметрів наведені у Додатку А3.

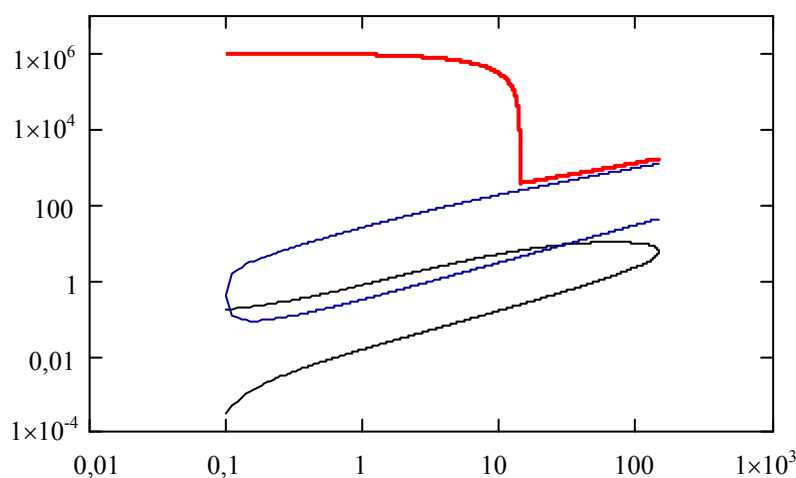


Рисунок 1.2 – Криві нейтральної стійкості, обумовлені: 1 – підсмоктуванням; 2 – головним чином, концентраційним переохолодженням; 3 – рекалесценцією

Корні дисперсійного рівняння шістнадцятого порядку (власні значення крайової задачі) розбиті на три групи. До першої групи віднесені власні значення, які, головним чином, обумовлені механізмом підсмоктування при направленому затвердінні. Ця група власних значень породжує на площині (w, k) криву нейтральної стійкості (див. рис. 1.2, крива 1). Область вище цієї кривої

на графіку відповідає області стійкості (показник зростання $\delta < 0$), нижче – область нестійкості ($\delta > 0$). До другої групи віднесені власні значення, пов'язані з еволюцією прихованої теплоти правління під час твердіння (рекалесценцією). Крива нейтральної стійкості, породжена цією групою коренів (див. рис. 1.2, крива 2). До третьої групи віднесені власні значення, пов'язані з концентраційним переохолодженням. Крива нейтральної стійкості пов'язана з концентраційним переохолодженням (див. рис. 1.2, крива 3).

Слід зазначити, що максимальні значення показників зростання збурень пов'язаних з підсмоктуванням на порядки перевищують величини показників (δ_{\max}) зростання амплітуд збурень, що відповідають ступеням свободи, обумовленим іншими механізмами.

1.4 Обговорення результатів

З результатів обчислень, наведених на рисунку 1.2 видно, що в діапазоні швидкостей протяжки $0,01 < w < 14,3$ переважаючим механізмом виникнення нестійкості з високим показником росту в широкому діапазоні хвильових чисел k є механізм підсмоктування. Здається це пов'язано з тим, що збурення фронту затвердіння призводить до збільшення поверхні фазового переходу. В цьому випадку для збереження постійної швидкості протяжки необхідно збільшення швидкості потоку рідкої фази, який набігає до всієї збільшеної поверхні розділу фаз, що досить проблематично. В цьому випадку виступаючі частини поверхні виявляються у більш вигідному становищі з точки зору припливу матеріалу для створення твердої фази. Тому ці виступаючі ділянки і продовжують активно зростати, все більш випереджаючи западини.

Нейтральні криві, обумовлені концентраційним переохолодженням і рекалесценцією (криві 2 і 3 рис. 1.2), взагалі кажучи, вже такими не є, так як вони повністю лежать в зоні нестійкості нижче кривої 1. І тільки починаючи зі значення хвильового числа $k = 14,291$ крива 1 майже збігається з верхньою гілкою кривої нейтральної стійкості 3, обумовленої концентраційним переохолодженням (див. рис. 1.2). Порівнюючи рисунки 1.2 і 1.3, можна

відзначити, що ефект підсосу зрушує ліву криву 1 нейтральної стійкості (рис. 1.3) вправо і праву нейтральну криву 1 вліво так, що вони наїжджають один на одного, частково перетинаючись. А ефект капілярності призводить до того, що верхня і нижня гілки лівої і правої кривої 1 рисунку 1.3 зближуються (див. рис. 1.2) і, таким чином, зменшує діапазон нестійких хвильових чисел пов'язаних з рекалесценцією і концентраційним переохолодженням.

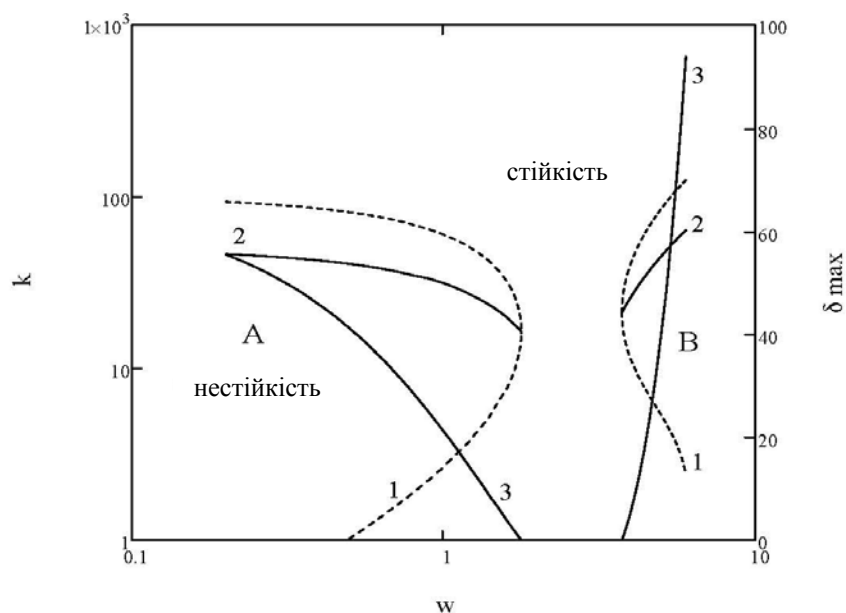


Рисунок 1.3 – Криві нейтральної стійкості 1, криві максимумів показників зростання (інкрементів) 2 і 3 (з [3])

Розроблена математична модель дозволяє вивчати проблему стійкості плоскої поверхні розділу фаз з урахуванням одночасного впливу багатьох факторів, включаючи ефект підсосу, капілярність, термокапілярність, концентраційну капілярність, течію рідкої фази.

Обчислення показали, що при відносно малих швидкостях протяжки ($0,01 < w < 14,3$) і для досить широкого діапазону хвильових чисел ($0,01 < k < 106$) домінуючим фактором нестійкості фронту затвердіння є механізм підсосу рідкої фази при переміщенні фронту з постійною швидкістю.

Врахування в моделі некомпенсованої поверхневої енергії на границі поділу фаз призводить до зменшення області нестійкості зумовленої механізмами рекалесценції і концентраційного переохолодження.

2 АНАЛІЗ ЕЛЕКТРИЧНИХ ПРОЦЕСІВ, ЩО ВІДБУВАЮТЬСЯ В КОМПОЗИТНИХ МАТЕРІАЛАХ ПІД ДІЄЮ МЕХАНІЧНИХ ЗУСИЛЬ

Полімерні матеріали широко використовують в різних технічних галузях, а фундаментальні і прикладні дослідження в цьому напрямі розвиваються в багатьох наукових центрах світу, що зумовлено потребою нових матеріалів для новітніх технологій. Зокрема, ряд галузей потребує створення електрочутливих полімерних матеріалів з високими електричними і механічними характеристиками, які необхідні для виготовлення мікросенсорів, електромеханічних пристроїв, вимикачів, робототехнічних датчиків, тощо. При цьому вони можуть стати дешевшою та більш функціональною альтернативою вже існуючим комерційним пристроям.

Здебільше, такі матеріали являють собою полімерну матрицю, яка містить електропровідний наповнювач, що утворює провідну фазу і надає електричних властивостей композиту – тоді як полімерна матриця забезпечує необхідні механічні характеристики. Розвиток досліджень подібних електроактивних композитів показав їх перспективність для створення різноманітних електро-механічних пристроїв, зокрема сенсорів, чутливих до дії зовнішнього зусилля [1]. Під поняттям електрочутливий композит, мається на увазі зміна його електричних параметрів під дією якогось чинника, в даному випадку, під дією зовнішнього навантаження. В простішому випадку, це зміна його опору під дією навантаження в результаті деформації матеріалу, такі матеріали називають п'єзорезистивними [2].

Сенсори деформації, що використовують вуглецеві волокна, як наповнювач, були вперше досліджені в кінці 90-х для контролю напруги та накопичення пошкоджень в терморезистивних і термопластичних полімерних композитах [3, 4]. Також відомі спроби використання вуглецевих нанотрубок [5-9], сажі [10], та металевих провідних частинок [11, 12], як наповнювачів композитних сенсорних матеріалів. Було встановлено, що їх електричний відклик залежить від вмісту наповнювача, його природи, просторового

розподілу, структури полімерної матриці, її властивостей, а також від режиму зовнішньої дії на сенсорний матеріал.

Для розробки композитних сенсорів деформації, які б мали стабільний і надійний електричний відклик в залежності від змін структури композиту під дією навантаження, використовуються різні стратегії та підходи. Зазвичай такі композити електрочутливі, як до розтягу так і до стиснення, проте більшість робіт сконцентрована на дослідженні саме зміни електричних характеристик композиту під час його деформації при розтягу. Зокрема автори в роботі [13] досліджували сенсорні властивості композитів при розтягу на основі поліпропілену наповненого сажею або вуглецевими нанотрубками (ВНТ). Композити, як поліпропілен/сажа, так і поліпропілен/ВНТ демонстрували зменшення електропровідності при прикладенні зусилля на розтяг до 20 МПа. Проте залежність електропровідності від прикладеного зусилля для двох типів композитів виявилась несхожою, що зв'язано перш за все з відмінностями мікроструктури провідних наповнювачів та різним ступенем їх взаємодії з полімерною матрицею. Композити, що містили вуглецеві нанотрубки, демонстрували меншу чутливість до дії прикладеного зусилля за рахунок того, що нанотрубки довгі та переплутані між собою, тоді як більш масивні частинки сажі характеризуються слабкішою взаємодією між собою та з полімерною матрицею і здатні до утворення більшої кількості контактів при деформації зразка, відповідно і сенсорна чутливість у таких композитів була вищою

В роботі [10] досліджувались нанокompозити для сенсорних матеріалів чутливих до розтягу та стиснення на основі поліізопрену та високоструктурованих нанорозмірних провідних частинок сажі. Найкращі сенсорні властивості демонстрували композити з концентрацією наповнювача в околі порогу перколяції, що дорівнював 10 мас.%. Зокрема, електричний опір зразків збільшувався більш ніж на чотири порядки при його видовженні при розтягу на 40 % і більш ніж на три порядки при стисненні під дією максимального прикладеного зусилля 0,3 МПа. Автори зазначають, що оборотність отриманого ефекту, який вони спостерігали при механічному

розтягу або стисненні, зумовлена високою рухливістю наночастинок і більш сильною адгезією наночастинок вуглецю з полімерною матрицею ніж між собою.

Для створення електрочутливих композитних матеріалів також може використовуватись металевий наповнювач [14]. Автори роботи досліджували сенсорні властивості матеріалу на основі епоксидної смоли, наповненої нановолокнами Ni. Оскільки епоксидна смола досить жорсткий матеріал, то досягти зміну електричного відклику при прикладанні зовнішнього навантаження можливо лише при великих значеннях зусилля, а саме близько 2500 МПа, при цьому деформація зразку складала лише 0,5 %. Для цієї системи було зроблено п'ять циклів навантаження/розвантаження, які були стабільні і характеризувались доброю відтворюваністю.

Таким чином, в різних роботах досліджуються різноманітні системи, при цьому комбінуються різні типи полімерних матриць та наповнювачів. Проте слід відмітити, що п'єзорезистивні сенсори, які б мали надійний сенсорний відклик на дію зовнішніх механічних навантажень, ще досі не створені, зокрема це стосується композитів чутливих до малих навантажень. Як видно, з вище наведених робіт, досліджувані сенсорні матеріали в більшості випадків сформовані на основі жорстких полімерів і чутливі лише до великих навантажень [13, 14]. Проте, спроба використовувати еластичну матрицю також не дала бажаних результатів, оскільки головним недоліком таких сенсорів є поступове зменшення електричного відклику на дію механічних зусиль при їх циклічній дії [10,14]. Це пояснюється руйнуванням провідної структури наповнювача в композиті під дією зовнішнього навантаження/розвантаження.

Тому актуальною задачею є розробка нових композитів і підходів для формування стабільних високочутливих сенсорних матеріалів на основі композитних систем, чутливих до дії малих навантажень, з можливістю їх використання як активних елементів для різного типу датчиків зусиль, зокрема в акселерометрах і космічній техніці.

2.1 Аналіз електричних властивостей композитів, наповнених різними типами наповнювачів

Протягом звітнього періоду проводився аналіз впливу полімерної матриці і електропровідних наповнювачів на електричну чутливість та стабільність сенсорного відклику в п'єзорезистивних композитах під дією зовнішніх механічних зусиль. Метою аналізу є пошук композиту, який характеризується необхідними пружними і електричними властивостями, та є придатним для практичного використання у якості сенсорного матеріалу, електрочутливого до дії зовнішніх зусиль малої інтенсивності. Були вибрані різні типи полімерів, в яких формується провідна фаза наповнювача.

Сенсорні властивості таких досліджуваних композитів головним чином залежать від провідної фази наповнювача. Деформація зразка при дії навантаження спричинює зростання електричних контактів між частинками в орієнтованій структурі, збільшує площу контакту між ними, та призводить до зменшення довжини електропровідних структур. Зміна струму, що проходить крізь зразок, пов'язана зі зміною деформації. Відповідно, знаючи величини зусилля, що прикладається до зразку, деформацію що виникає, та зміну опору або струму, можна оцінити електричну чутливість зразка та його деформаційну чутливість.

П'єзорезистивна композиція на основі натурального каучуку та вуглецевих волокон

На рис. 2.1 показана структура композиту на основі натурального каучуку та вуглецевих волокон. Спостерігається хаотичне орієнтування мікрОВОЛОКОН, і така структура, як виявилось, не є стійкою до циклічних деформацій. Нові контакти між волокнами виникають у процесі деформації, але вони не релаксують до первісних значень. Тобто провідна фаза вуглецевих волокон поводить себе досить відокремлено від деформаційного процесу полімерної матриці.

Збереження пружних властивостей полімерної матриці при циклічних навантаженнях не приводить до збереження рівня електропровідності

вуглецевого наповнювача. Тобто, з наростанням числа циклів навантаження/розвантаження відбувається руйнування сітки контактів між окремими волокнами, хоча пружна деформація композиції в значній мірі відновлюється. Це може бути результатом слабого зв'язку полімерної матриці з наповнювачем.

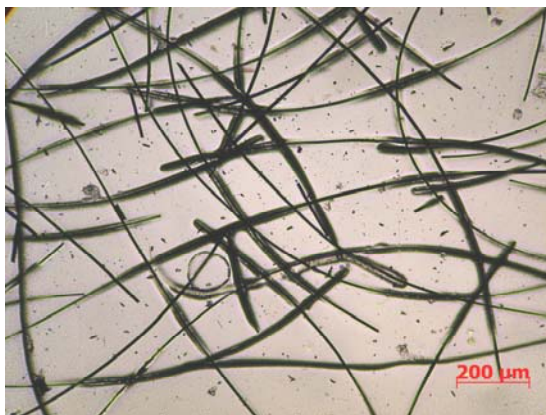


Рисунок 2.1 – Оптична мікрофотографія на просвіт композиції на основі натурального каучуку та вуглецевих волокон

Для посилення ефекту взаємодії полімер-наповнювач було проведено опромінення композицій на основі натурального каучуку та вуглецевих волокон проникаючою радіацією, яка може призвести до утворення зшивок та утворення зшитої тривимірної структури в об'ємі натурального каучуку і до підвищення зв'язку між полімерною матрицею і наповнювачем. Це завадило б руйнуванню провідної структури наповнювача, яке відбувається при деформації композиту завдяки накладанню зовнішніх зусиль і покращило б електрично-пружні характеристики нанокompозитних систем. Слід відмітити, що, згідно літературних даних, натуральний каучук відноситься до полімерів, що зшивають при дії радіації

За результатами аналізу експериментів було встановлено, що опромінення дещо, але недостатньо, покращує механічні властивості композиції, збільшуючи внесок еластичної компоненти і зменшуючи внесок пластичної за рахунок утворення сітчастої структури полімеру при опроміненні. Розбіжність кривих напруження/деформація в результаті дії

пластичної деформації є меншою і відтворюваність залежностей є кращою для опроміненого зразка, ніж неопроміненого.

З метою покращення характеристик сенсорного матеріалу нами надалі було синтезовано композити на основі еластичного полімеру та суміші дисперсного нікелю і вуглецевих волокон, що отверджувалися у магнітному полі. Це надає анізотропії провідній фазі, оскільки феромагнітні нікелеві частинки утворюють ланцюги вздовж ліній магнітного поля і ці ланцюги можуть мати підвищену провідність. Крім того, при переміщенні металевих частинок вздовж поля, вони захоплюють і орієнтують вуглецеві волокна в проміжках між ланцюгами частинок.

Композиція демонструє хороші еластичні властивості і показує добру відтворюваність і малу розбіжність в циклічних вимірюваннях. Хоча спостерігається деяка нестабільність величини електропровідності уздовж циклічних випробувань, в цілому криві зміни електропровідності в залежності від прикладеного зусилля є подібними до зміни деформації під дією зусилля. Вочевидь, при циклічних діях зовнішнього зусилля на композит, провідна нікелева структура поступово руйнувалася, при компресії нікелеві частинки зміщувалися одна відносно одної і не відновлювали своє положення в процесі розвантаження матеріалу.

П'єзорезистивна композиція на основі поліуретанового каучуку.

Неважко зробити припущення, що інша полімерна матриця з більш високою адгезією до поверхні нікелевих частинок та вуглецевих волокон могла б стабілізувати їх положення і протидіяти їх зміщенню при циклічному навантаженні. Це забезпечило б підвищений зв'язок полімеру з поверхнею наповнювача і деформування/релаксацію полімерної матриці разом з провідною структурою, утвореною наповнювачем.

В якості такого полімеру був вибраний поліуретановий каучук, який має необхідні пружні властивості і, в той же час, хорошу адгезію до різних поверхонь. В якості провідного наповнювача в цій композиції використовували частинки мікронікелю розміром ~ 10 мкм. В процесі отвердження композиція

вміщувалася в магнітне поле з індукцією 0,5 Т і частинки нікелевого наповнювача утворювали орієнтовану структуру вздовж ліній магнітного поля. Наявність такої одновимірної ланцюгової структури надавало можливість для появи електропровідності при значно меншому вмісті наповнювача, ніж при його статистичному розподілі.

З аналізу часових характеристик сила-деформація-струм для цього композиту можна зробити висновок, що електричний відклик зменшується з кожним циклом внаслідок поступового руйнування ланцюгової структури наповнювача. Тобто висока адгезія полімерної матриці до наповнювача не перешкоджає руйнівному процесу. Можливо, крім зміщення частинок, на падіння електричного відклику впливає пластична деформація частинок наповнювача у місцях контактів, оскільки нікель є досить пластичним матеріалом.

П'єзорезистивна високомодульна композиція на основі поліетилену низької густини

З метою уникнення небажаної пластичної деформації частинок наповнювача, наступним кроком були досліджені композити на основі високомодульної (порівняно з каучуком) матриці термопластичного полімеру – поліетилену низької густини, оскільки можна було припустити, що високий (відносно каучуку) модуль пружності полімерної матриці буде перешкоджати зміщенню провідних частинок мікронікелю, орієнтованого в магнітному полі, під час навантаження.

Але в цій полімерній матриці електричний відклик виявився також нестабільним – з високим рівнем шумів та несиметричною формою електричного відклику на протязі циклу деформації. Такий відклик знов не забезпечує прийнятних характеристик сенсорного матеріалу та свідчить про наростання пластичної незворотньої деформації в зразку при збільшенні числа циклів.

П'єзорезистивна композиція з сегрегованою структурою провідного наповнювача на основі еластомеру.

Надалі були сформовані композити, які мали сегреговану структуру провідного наповнювача, тобто структуру, що упорядкована в полімерній матриці у вигляді каркасу (рис. 2.2). Для цього формувалась механічна суміш двох порошків, полімеру і наповнювача, з розмірами частинок D і d відповідно ($D \gg d$). В такому випадку частинки наповнювача опудрюють поверхню частинок полімеру і при подальшому пресуванні залишаються на границях між зернами полімеру, утворюючи каркасну структуру.

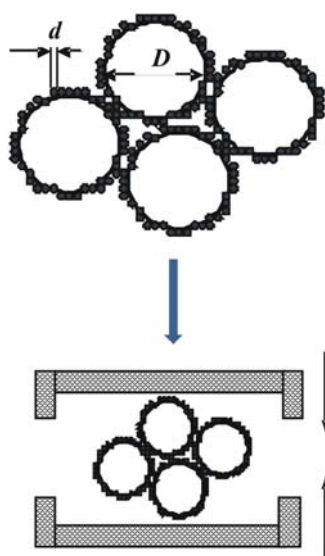


Рисунок 2.2 – Композит з сегрегованою структурою провідного наповнювача

В якості полімерного компоненту був взятий порошок подрібненої гуми з авіаційних шин. Частинки мали неправильну форму і розмір 100-200 мкм. Для того, щоб забезпечити монолітність композиту при пресуванні, був доданий ще один компонент – термопластичний полімер з низькою температурою плавлення (95°C) та високою адгезією до різних поверхонь, в тому числі до гуми, який виконував роль адгезива для частинок гуми, покритих частинками наповнювача. В якості провідного наповнювача був взята сажа. Мікроскопічне зображення структури сформованого композиту показано на рис. 2.3

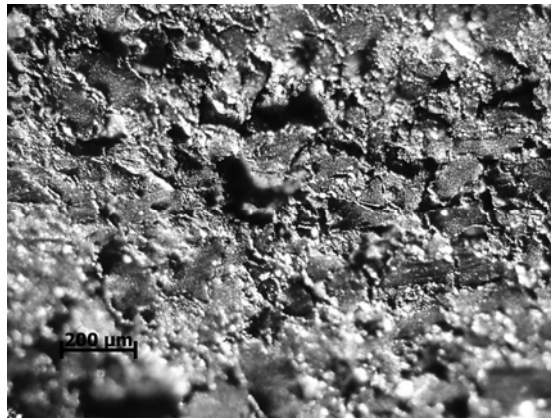


Рисунок 2.3 – Оптико-мікроскопічне зображення сегрегованої структури композиту на основі подрібненої гуми та сажі в якості провідного наповнювача

Результати довготермінових циклічних випробувань композиту показують, що протягом всього часу вимірювань композит зберігає стабільність електричного відклику. Від періоду до періоду спостерігаються деякі зміни амплітуди струму в межах $\pm 10\%$, що обумовлено умовами експерименту. Слід також відмітити ще один позитивний момент цієї системи – велике значення струму при прикладеній напрузі 20 В (середнє значення складає ~ 1 мА проти ~ 10 мкА для системи з мікронікелем). Це дозволяє суттєво підвищити чутливість сенсора з даного матеріалу.

Деформація і величина струму через зразок зв'язані лінійною. Це є свідченням того, що пружна деформація полімерної матриці, що складається з гумових частинок, приводить до відповідної пружної деформації провідного каркасу наповнювача і, в свою чергу, до пропорційної зміни його опору (тобто до зміни струму при прикладеній постійній напрузі). Оскільки гумові частинки є продуктом переробки шин найвищої якості (авіашин), вони мають високі пружні характеристики і відсутню пластичну деформацію.

Були проведені також циклічні дослідження композиту на фоні прикладеного постійного навантаження величиною 0,5 Н, так, що сила, діюча на зразок, змінювалася від 0,5 до 1 Н. Такі умови імітують використання матеріалу в акселерометрі. Експерименти показують, що стабільність електричного відклику зберігається, а сама амплітуда зміни електричного

сигналу зменшилася від $\Delta I = 1,2$ мА (коли зусилля змінювалися від 0,1 до 1 Н) до $\Delta I = 0,25$ мА для цих умов. Такий спад є наслідком зменшення амплітуди деформації зразка з 1,5 % до 0,6 %.

Перерахування діючої сили в тиск на зразок дає інтервал тисків при вимірюваннях від 0,014 до 0,14 МПа. Це показує високу чутливість електричного відклику даного матеріалу до дії малих навантажень.

Одним з головних параметрів, який характеризує п'єзорезистивний ефект, є величина гауч-фактору (gauge-factor):

$$GF = \frac{1}{R_0} \frac{\Delta R}{\Delta \varepsilon},$$

де ΔR – інтервал зміни опору при циклічній дії навантаження, R_0 – первісне значення опору (в нашому випадку це ΔI та I_0), $\Delta \varepsilon$ – відносна зміна розмірів зразку ($\varepsilon = (l_0 - l) / l_0$). Для нашої сегрегованої системи цей показник дорівнює $GF = 133$. В роботі [6] надано значення GF в межах 27-48 в залежності від складу композиту, а в [14] наводиться значення $GF = 70$. Автори роботи [9] досягли значення $GF = 140$ для одного із складів розробленої ними сегрегованої системи на основі натурального каучуку і графену, і стверджують, що це є найбільше значення з відомих у літературі.

Таким чином, п'єзорезистивна сегрегована система на основі подрібненої гуми і сажі демонструє довготермінову стабільність у циклічних випробуваннях і має показники п'єзорезистивного ефекту на рівні найвищих, представлених у літературі.



Ці дані показують принципову придатність провідних наповнювачів, що утворюють анізотропну структуру, для створення композитів, чутливих до дії зовнішніх зусиль.

ВИСНОВКИ

До розділу 1

Розроблено математичну модель, що дозволяє вивчати проблему стійкості плоскої поверхні розділу фаз з урахуванням одночасного впливу багатьох факторів, включаючи ефект підсосу, капілярність, термокапілярність, концентраційну капілярність, течію рідкої фази.

Обчислення показали, що при відносно малих швидкостях протяжки ($0,01 < w < 14,3$) і для досить широкого діапазону хвильових чисел ($0,01 < k < 106$) домінуючим фактором нестійкості фронту затвердіння є механізм підсосу рідкої фази при переміщенні фронту з постійною швидкістю.

Врахування в моделі некомпенсованої поверхневої енергії на границі поділу фаз призводить до зменшення області нестійкості зумовленої механізмами рекалесценції і концентраційного переохолодження.

До розділу 2

Проведено аналіз електричних характеристик сенсорних композиційних матеріалів під дією постійних або циклічних механічних навантажень.

Показано, що композити з сегрегованою структурою провідного наповнювача характеризуються необхідними пружними властивостями та дають можливість створення матеріалу, придатного для практичного використання у якості активних елементів сенсорів для вимірювання механічних зусиль малої інтенсивності.

Одержано патент на полімерний сенсорний матеріал, чутливий до навантаження.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

До розділу 1

1. Курц У., Фишер Д. Фундаментальные основы затвердевания. М. Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2013. 300 с.
2. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. I. М.: Наука, 1976. 535 с.
3. Fedorov O.P., Mashkovskiy A.G.. Crystallography Reports. 2015. Vol. 60, No. 2. P. 236–244.
4. Ландау Л.Д. Гидродинамика. Т. VI. М.: Наука, 1986. 733 с.

До розділу 2

1. Zhu J., Wei S., Ryu J., Guo Z. Strain-sensing elastomer/carbon nanofiber “metacomposites”. J. Phys. Chem. C. 2011. Vol. 115 (27). P. 13215-13222.
2. Shin M.K., Oh J., Lima M., Kozlov M.E., Kim S.J., Baughman R.H. Elastomeric conductive composites based on carbon nanotube forests. Adv. Mater. 2010. Vol. 22. P. 2663-2667.
3. Pannamma D., Thomas S. Non-linear viscoelasticity of rubber composites and nanocomposites. Springer, Heidelberg, Advances in Polymer Science. 2014. Vol. 264.
4. Knite M., Teteris V., Kiploka A., Kaupuzs B. Polyisoprene-carbon black nanocomposites as tensile strain and pressure sensor materials J. Sens. Actuators, A. 2004. Vol. 110. P. 142-149.
5. Knite M., Tupureina V., Fuith A., Zavickis J., Teteris V. Polyisoprene -multi-wall carbon nanotube composites for sensing strain. Mater. Sci. & Engineer. 2007. Vol. C27 (5). P. 1125-1128.
6. Stassi S., Canavese G., Cosiansi F., Gazia R., Fallauto C., Corbellini S., Pirola M., Cocuzza. Smart piezoresistive tunnelling composite for flexible robotic sensing skin. Smart Mater. Struct. 2013. Vol. 22. 125039 (9 p.).
7. Mamunya Ye. Carbon nanotubes as conductive filler in segregated polymer composites - electrical properties. In book: Carbon nanotubes – polymer nanocompo-

sites, Chapter 9. Edited by: S. Yellampalli, InTech: Rijeka, Croatia. 2011. P. 173-196. ISBN 978-953-307-498-6.

8. Pang H., Ling Xu L., Ding-Xiang Yan D-X., Zhong-Ming Li Z-M. Conductive polymer composites with segregated structures. *Progress in Polymer Science*. 2014. Vol. 39(11). P. 1908-1933.

9. Lin Y., Dong X., Liu S., Chen S., Wei Y., Liu L. Graphene-elastomer composites with segregated nanostructured network for liquid and strain sensing application. *ACS Appl. Mater. Interfaces*. 2016. Vol. 8. P. 24143–24151.

10. Robert C. , Feller J-F., Castro M. Sensing skin for strain monitoring made of PC-CNT conductive polymer nanocomposite sprayed layer by layer. *ACS Appl. Mater. Interfaces*. 2012. Vol. 4. P. 3508–3516.

11. Souri H., Nam I.W., Lee H.K. Electrical properties and piezoresistive evaluation of polyurethane-based composites with carbon nano-materials. *Compos. Sci. Techn.* 2015. Vol. 121. P. 41-48.

12. Oliva-Aviles A.I., Aviles F., Sosa V. Electrical and piezoresistive properties of multi-walled carbon nanotube/polymer composite films aligned by an electric field. *Carbon*. 2011. Vol. 49. P. 2989-2997.

13. Park J-M., Kim S -J., Yoon D-J., George Hansen G.K. Lawrence DeVries L. Self-sensing and interfacial evaluation of Ni nanowire/polymer composites using electro-micromechanical technique. *Composites Sci. Techn.* 2007. Vol. 67. P. 2121-2134.

14. Slobodian, P.; Riha, P.; Benlikaya, R.; Svoboda, P.; Petras, D. A Flexible Multifunctional Sensor Based on Carbon Nanotube/Polyurethane Composite. *IEEE Sens. J.* 2013. Vol. 13. P. 4045-4048.

15. Мамуня Є.П., Левченко В.В., Паращенко І.М., Клименко Ю.О., Лебедев Є.В. Полімерний сенсорний матеріал. Патент на корисну модель № 98390. Бюл. № 8, 27.04.2015.

16. Є. П. Мамуня, І.М. Паращенко, О.В. Маруженко, Є.В. Лебедев, Ю.О. Клименко, В.О. Яценко. Полімерний сенсорний матеріал чутливий до навантаження. Патент на корисну модель № 124852. Бюл. № 8, 25.04.2018.

ДОДАТОК А1

**Загальний вид рівнянь, що описують процес
спрямованого твердіння в умовах відсутності зовнішніх сил**

У загальному випадку рівняння в безрозмірному вигляді, які визначають динаміку процесу направленої кристалізації в деякій однозв'язній просторовій області (при заданих умовах на зовнішньої границі області), за відсутності об'ємних зовнішніх сил мають вигляд:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} - w\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} = -\nabla p + \frac{1}{Re}\Delta \mathbf{v}, \quad (\text{A1.1})$$

$$(\nabla\mathbf{v}) = 0, \quad (\text{A1.2})$$

$$\frac{\partial T_l}{\partial t} + \mathbf{v}\nabla T_l - w\frac{\partial T_l}{\partial x} = \frac{1}{Pr_l}\Delta T_l, \quad (\text{A1.3})$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{v}\nabla C - w\frac{\partial C}{\partial x} = \Delta C, \quad (\text{A1.4})$$

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} - w\frac{\partial T_s}{\partial x} = \frac{1}{Pr_s}\Delta T_s, \quad (\text{A1.5})$$

де \mathbf{v} – вектор швидкості течії рідкої фази в системі координат, зв'язаної з незбуреним плоским фронтом кристалізації; w – швидкість протяжки (рис. 1.1); p – тиск в рідкій фазі; T_l – температура рідкої фази; C – концентрація домішки в рідкій фазі; T_s – температура твердої фази; \mathbf{r} – вектор в просторі координат $\{x, y, z\}$; t – час. Дифузія у твердій фазі не враховується.

Систему рівнянь (A1.1)-(A1.5) слід доповнити умовами збереження потоків [2] при переході через поверхню розриву (границю фазового переходу).

$$-(\mathbf{v}_n - \mathcal{D}) = \rho \mathcal{D}, \quad (\text{A1.6})$$

$$\mathbf{R}_n + \mathbf{P}_n - \mathbf{v}(\mathbf{v}_n - \mathcal{D}) = \mathbf{P}_{s,n}, \quad (\text{A1.7})$$

$$B_p[(\mathbf{R}_n \cdot \mathcal{D}) + (\mathbf{P}_n \cdot \mathbf{v})] - \chi q_{l,n} - \frac{1}{\rho} \Lambda (\mathbf{v}_n - \mathcal{D}) E_l = -q_{s,n} + \Lambda \mathcal{D} E_s, \quad (\text{A1.8})$$

$$E_l = \frac{|\mathbf{v}|^2}{2} + U_l, \quad (\text{A1.9})$$

$$E_s = U_s + q_m, \quad (\text{A1.10})$$

$$-\mathcal{D}(\mathbf{n} \cdot \nabla C_l) - C_l(\mathbf{v}_n - \mathcal{D}) = \rho C_s \mathcal{D}, \quad (\text{A1.11})$$

$$C_s = \kappa C_l, \quad (\text{A1.12})$$

де v_n – проекція вектора швидкості рідкої фази на позитивний напрямок нормалі \mathbf{n} ; \mathbf{R}_n – поверхнева щільність розподілу зовнішніх для середовища сил (включаючи сили поверхневого натягу); \mathbf{P}_n – поверхнева щільність внутрішніх сил; q_n – потік питомої теплової енергії з боку рідкої фази; $q_{s,n}$ – потік питомої теплової енергії у твердій фазі; U_l – внутрішня енергія рідкої фази; U_s – внутрішня енергія твердої фази; q_m – прихована питома теплота плавлення; C_l – концентрація домішки в рідкій фазі; C_s – концентрація домішки у твердій фазі; κ – коефіцієнт розподілу домішки; \mathcal{D} – швидкість переміщення в просторі точки, що розглядається, \mathbf{r} поверхні розриву $S(\mathbf{r}, t) = 0$ уздовж нормалі до поверхні в цій точці. Тут і далі індекс \mathbf{n} означає, що дана фізична величина розглядається в точці поверхні розриву $S(\mathbf{r}, t)$ з нормаллю \mathbf{n} .

Вектор швидкості \mathcal{D} представляється співвідношенням

$$\mathcal{D} = - \frac{\frac{\partial S}{\partial t}}{|\text{grad } S|} \mathbf{n}, \quad (\text{A1.13})$$

а поверхня розриву в даному випадку співвідношенням

$$S(\mathbf{r}, t) = \mathbf{z} + \mathbf{w}t - h(x, y, t), \quad (\text{A1.14})$$

де $h(x, y, t)$ – відхилення від плоского фронту кристалізації.

Співвідношення на фронті кристалізації (Д1.6) - (Д1.11) представляють закони збереження потоків маси, імпульсу, енергії і концентрації, відповідно [22].

На фронті кристалізації повинно виконуватися феноменологічне співвідношення

$$T_l|_S = T_s|_S = T_M - B_m C_l - B_s K, \quad (\text{A1.15})$$

де T_M – температура плавлення, K – кривизна.

При приведенні системи рівнянь і граничних умов до безрозмірного виду в якості характерних параметрів використовувалися: W_0 – швидкість протяжки, $L_0 = D/W_0$ – довжина, $t_0 = D/W_0^2$ – час, θ_0 – температура і $C_{\infty, \text{мас}\%}$ – масова концентрація домішки в рідкій фазі на нескінченності.

Безрозмірні комплекси, що входять в систему рівнянь (A1.1)-(A1.11), мають вигляд:

$$\begin{aligned}
\text{Re} &= \frac{D}{\nu}, \quad P_s = \frac{D}{a_s}, \quad P_l = \frac{D}{a_l}, \quad B_p = \frac{\rho_l \cdot W_0^2 \cdot D}{\chi_s \cdot \theta_0}, \quad \Lambda = \frac{\rho_l \cdot D \cdot \lambda}{\chi_s \cdot \theta_0}, \quad B_m = \frac{m \cdot C_{\text{пл}} \cdot \theta_0}{\theta_0}, \\
\chi &= \frac{\chi_l}{\chi_s}, \quad \rho = \frac{\rho_s}{\rho_l}, \quad \text{Mp} = \frac{\alpha_0}{D \cdot W_0 \cdot \rho_l}, \quad \alpha_c = \left. \frac{\partial \alpha}{\partial c} \right|_{T=T_m}, \quad \alpha_T = \left. \frac{\partial \alpha}{\partial T} \right|_{c=l(0)}, \quad c_{vl} = \frac{c_l}{c_0}, \\
c_{vs} &= \frac{c_s}{c_0}, \quad \text{Me} = \frac{\alpha_0 \cdot W_0}{\chi_s \cdot \theta_0}, \quad E_w = \frac{\rho_l \cdot D \cdot c_0}{\chi_s}, \quad B_s = \frac{T_m \cdot W_0 \cdot \alpha_0}{\rho_l \cdot \lambda \cdot \theta_0 \cdot D}.
\end{aligned}$$

де ρ_l , ν – відповідно щільність і кінематична в'язкість рідкої фази; a_l – коефіцієнт температуропровідності рідкої фази; D – коефіцієнт дифузії в рідкій фазі; a_s – коефіцієнт температуропровідності твердої фази; ρ_s – щільність твердої фази; α_0 – коефіцієнт поверхневого натягу; m – нахил лінії ліквідусу на діаграмі стану; c_l, c_s – теплоємність рідкої та твердої фаз відповідно; λ – прихована теплота плавлення.

ДОДАТОК А2

Явний вигляд функції, що входять у вираз (1.47)-(1.49)

$$\lambda_1 = -\frac{w}{2} + \sqrt{\frac{w^2}{4} + k^2 - i(\omega - ku)}, \quad (\text{A2.1})$$

$$\lambda_2 = -\frac{P_1 \cdot w}{2} + \sqrt{\frac{(P_1 \cdot w)^2}{4} + k^2 - i \cdot P_1 \cdot (\omega - ku)}, \quad (\text{A2.2})$$

$$\lambda_3 = -\frac{P_2 \cdot w}{2} - \sqrt{\frac{(P_2 \cdot w)^2}{4} + k^2 - i \cdot P_2 \cdot \omega}, \quad (\text{A2.3})$$

$$f_1^c(z) \cong 1 + \left(1 - \frac{iku z}{w - 2\lambda_1}\right) e^{-Re \cdot w z}, \quad (\text{A2.4})$$

$$f_2^c(z) \cong \frac{ik \beta_{\kappa} w}{kw + i(\omega - ku)} \left(1 - \frac{iku e^{-Re \cdot w z}}{kw + i(\omega - ku)}\right), \quad (\text{A2.5})$$

$$f_2^c(z) \cong \frac{ik \beta_{\kappa} w}{kw + i(\omega - ku)} \left[\left(1 - \frac{iku e^{-Re \cdot w z}}{kw + i(\omega - ku)}\right) z + \right. \\ \left. + \frac{w + 2k}{kw + i(\omega - ku)} \left(1 - \frac{2iku e^{-Re \cdot w z}}{kw + i(\omega - ku)}\right) \right], \quad (\text{A2.6})$$

$$f_1^t(z) \cong 1 + \left(1 - \frac{ik P_1 \cdot w z}{P_1 \cdot w - 2\lambda_2}\right) e^{-Re \cdot w z}, \quad (\text{A2.7})$$

$$f_2^t(z) \cong -\frac{ik P_1 \cdot w (\vartheta_1 - \vartheta_0)}{kw + i(\omega - ku)} \left(1 - \frac{iku e^{-Re \cdot w z}}{kw + i(\omega - ku)}\right), \quad (\text{A2.8})$$

$$f_2^t(z) \cong -\frac{ik w (\vartheta_1 - \vartheta_0)}{kw + i(\omega - ku)} \left[\left(1 - \frac{iku e^{-Re \cdot w z}}{kw + i(\omega - ku)}\right) P_1 \cdot z + \right. \\ \left. + \frac{P_1 \cdot w + 2k}{kw + i(\omega - ku)} \left(1 - \frac{2iku e^{-Re \cdot w z}}{kw + i(\omega - ku)}\right) \right], \quad (\text{A2.9})$$

де

$$\beta_{\kappa} = \frac{\rho(1 - \kappa)}{1 - \rho(1 - \kappa)}.$$

ДОДАТОК АЗ

Фізичні параметри

$\kappa := 0.1$	Коефіцієнт розподілу
$M := 2.22$	Нахил лінії ліквідусу (ацетон)
$D := 1.27 \cdot 10^{-9}$	Коефіцієнт дифузії
$T_m := 58.0$	Температура плавління
$\lambda := 4.6232 \cdot 10^4$	Прихована теплота плавління
$M_c := 8.0092 \cdot 10^{-2}$	Молярна маса (SCN)
$M_a := 5.8079 \cdot 10^{-2}$	Молярна маса (ACE)
$\rho_s := 1016$	Щільність речовини (SCN) в твердому стані
$\rho_l := 988$	Щільність речовини (SCN) в рідкому стані
$\chi_s := 0.224$	Коефіцієнт теплопровідності речовини (SCN) в твердому стані
$\chi_l := 0.223$	Коефіцієнт теплопровідності речовини (SCN) в рідкому стані
$C_{\text{ваг}} = 0.07252$	Концентрація речовини (ACE), вагова, характерна
$C_{\text{мол}} = 0.1$	Концентрація речовини (ACE), молярна
$c_l := 1999.95$	Теплоємність речовини (SCN) в рідкому стані
$c_s := 1912.92$	Теплоємність речовини (SCN) в твердому стані
$\nu := 2.6 \cdot 10^{-6}$	Кінематична в'язкість речовини (SCN)
$c_0 := 2000$	Характерна теплоємність
$\theta_0 := 0.259$	Характерна різниця температур
$w_0 := 10^{-6}$	Характерна швидкість протяжки
$Ge := 1747$	Середній градієнт температури
$gl := \frac{D \cdot Ge}{w_0 \cdot \theta_0}$	Безрозмірний середній градієнт температури
$al := \frac{\chi_l}{c_l \cdot \rho_l}$	Коефіцієнт температуропровідності речовини (SCN) в рідкому стані
$\alpha_0 := 8.95 \cdot 10^{-3}$	Вільна енергія на поверхні розділу фаз (SCN)

Безрозмірні комплекси

$Re := \frac{D}{\nu}$	число Рейнольдса
$Pr_s := \frac{D}{a_s}$	число Прандтля для твердої фази

$Pr_l := \frac{D}{a_l}$	число Прандтля для рідкої фази
$\Lambda := \frac{\rho_l \cdot \lambda \cdot D}{\chi_s \cdot \theta_0}$	Прихована теплота плавлення, число
$\rho := \frac{\rho_s}{\rho_l}$	Відносна густина, число
$\chi := \frac{\chi_l}{\chi_s}$	Коефіцієнт відносної теплопровідності
$B_m := \frac{M \cdot C_{i\ddot{e}}}{\theta_0}$	Відносний коефіцієнт нахилу лінії ліквідусу
$c_{vl} := \frac{c_l}{c_0}$	Відносна теплоємність рідкої фази
$c_{vs} := \frac{c_s}{c_0}$	Відносна теплоємність твердої фази
$Mr := \frac{\alpha_0}{\rho_l \cdot w_0 \cdot D}$	Безрозмірний комплекс, що характеризує відношення поверхневої густини некомпенсованої молекулярної енергії до поверхневої густини механічної енергії
$Me := \frac{\alpha_0 \cdot w_0}{\chi_s \cdot \theta_0}$	Відношення потоку густини поверхневої енергії до потоку густини теплової енергії
$B_p := \frac{\rho_l \cdot w_0^2 \cdot D}{\chi_s \cdot \theta_0}$	Відношення густини потоку механічної енергії до потоку щільності теплової енергії
$E_w := \frac{\rho_l \cdot D \cdot c_0}{\chi_s}$	Відношення щільності потоку внутрішньої енергії до потоку густини теплової енергії
$B_s := \frac{T_m \cdot w_0 \cdot \alpha_0}{\rho_l \cdot \lambda \cdot \theta_0 \cdot D}$	Відношення потоку густини поверхневої енергії до потоку густини прихованої теплоти плавлення
$\alpha := 1$	Поверхневий натяг на межі поділу фаз (SCN), безрозмірний
α_T	Часткова похідна коефіцієнта поверхневого натягу по температурі, безрозмірна
α_C	Часткова похідна коефіцієнта поверхневого натягу від концентрації домішки, безрозмірна
$a_s := \frac{\chi_s}{c_s \cdot \rho_s}$	Коефіцієнт температуропровідності речовини (SCN) в твердому стані