

УДК 519.71; 510.22;629.78; 681.5; 004.274; 681.3.001

КП

Номер держреєстрації 0116U001747

Інв. № _____

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНЕ КОСМІЧНЕ АГЕНТСТВО УКРАЇНИ
Інститут космічних досліджень
(ІКД)

03680, МСП, м. Київ-187, просп. Академіка Глушкова, 40, к. 4/1
телефакс 526 41 24, телефон 526 41 24, e-mail: ikd@ikd.kiev.ua

ЗАТВЕРДЖУЮ
директор Інституту космічних досліджень
НАН України та ДКА України
чл.-кор. НАН України

_____ О.П. Федоров
_____ 2016 р.

ЗВІТ
ПРО НАУКОВО-ДОСЛІДНУ РОБОТУ

«Методи і алгоритми прецизійного робастного управління малими космічними апаратами і їх реалізація на проблемно-орієнтованих процесорах»

Етап № 4 «РОЗРОБКА АВТОНОМНИХ МЕТОДІВ МНОЖИННОГО ОЦІНЮВАННЯ ПОТОЧНИХ ЗНАЧЕНЬ ДИНАМІЧНИХ ПАРАМЕТРІВ МКА В ПОЛЬОТІ ЗА ПОТОЧНИМИ ДАНИМИ БОРТОВИХ ВИМІРЮВАЛЬНИХ ПРИБОРІВ»

за Договором № 2-02/16 від 15 березня 2016 р. та розпорядженням
Президії НАН України від 25.02.16 № 119

Науковий керівник
академік НАН України

В.М. Кунцевич

2016

Результати роботи розглянуто Вченою радою ІКД НАН України та ДКА України,
Протокол від 06.12.2016 № 6

СПИСОК ВИКОНАВЦІВ

Науковий керівник НДР
головний науковий
співробітник,
академік НАН України

Кунцевич В.М.
(вступ, розділи 1, висновки)

Завідувач відділу
чл.-кор. НАН України

Губарев В.Ф.
(вступ, розділ 2, висновки)

Провідний науковий
співробітник,
д.т.н.

Волосов В.В.
(вступ, розділи 1, 2, висновки)

Старший науковий
співробітник, к.т.н.

Сальніков М.М.
(розділ 3)

Старший науковий
співробітник, к.ф.-м.н.

Шевченко В.М.
(розділи 1, 3)

Науковий співробітник,
к.т.н.

Мельничук С.В.
(розділ 3)

Головний математик

Царук Н.П.
(розділи 1, 2, технічне редагування)

Інженер 1 кат.

Сімаков В.О.
(розділ 3)

РЕФЕРАТ

Звіт про НДР: 35 с., 5 рис., 43 посилання.

Об'єкт дослідження – Методи і алгоритми ідентифікації математичних моделей кутового руху орбітальних малих космічних апаратів (МКА) за інформацією їх бортових вимірювальних і командних приладів і пристроїв в польотних умовах.

Мета дослідження – розробка математичних методів і алгоритмів автономного оцінювання поточних значень динамічних параметрів математичних моделей кутового руху МКА при їх штатному функціонуванні в польотних умовах.

Методи дослідження – методи теоретичної механіки, управління в умовах невизначеності, лінійної алгебри та оптимізації, стійкості руху, теорії кватерніонів.

Отримані результати:

Розроблено методи та алгоритми оцінювання поточних значень тензора інерції і положення центру мас МКА в польотних умови в режимі он-лайн. Отримувані оцінки можуть безпосередньо використовуватися в інтелектуальних високоточних системах управління орієнтацією МКА з непередбачувано змінюваними в польоті динамічними параметрами. Для реалізації алгоритмів передбачається використання типових бортових вимірювальних і командних приладів систем управління рухом КА.

Область застосування – підприємства космічної галузі України, науково-дослідні та навчальні установи НАН і МОН України.

КОСМІЧНИЙ АПАРАТ, ОРІЄНТАЦІЯ, АЛГОРИТМИ ІДЕНТИФІКАЦІЇ, ІНЕРЦІЙНІ ВИКОНАВЧІ ОРГАНИ, КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

ЗМІСТ

| | |
|--|-----------|
| ВСТУП | 6 |
| 1 РОЗРОБКА МЕТОДІВ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ТЕНЗОРА ІНЕРЦІЇ КОСМІЧНИХ АПАРАТІВ ПРИ ЇХ ШТАТНОМУ ФУНКЦІОНУВАННІ В УМОВАХ ПОЛЬОТУ | 9 |
| 1.1 Математична модель кутового руху космічного апарата, керованого інерційними виконавчими органами | 9 |
| 1.2 Методи і алгоритми оцінювання тензора інерції в умовах польоту | 14 |
| 2 РОЗРОБКА МЕТОДА ОЦІНЮВАННЯ ПОЛОЖЕННЯ ЦЕНТРУ МАС КОСМІЧНОГО АПАРАТА В УМОВАХ ПОЛЬОТУ | 22 |
| 3 ВИКОНАННЯ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ ПО ДОСЛІДЖЕННЮ ЕФЕКТИВНОСТІ АЛГОРИТМІВ | 25 |
| ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ І ВИСНОВКИ | 30 |
| ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ | 32 |

**ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, ОДИНИЦЬ, СКОРОЧЕНЬ І
ТЕРМІНІВ**

| | |
|-----|-------------------------------|
| ДС | динамічна система |
| ЕДМ | електродвигун-маховик |
| ЗСК | зв'язана система координат |
| ІВО | інерційні виконавчі органи |
| ІСК | інерціальна система координат |
| КА | космічний апарат |
| КМ | кінетичний момент |
| МКА | малий космічний апарат |
| ОСК | орбітальна система координат |
| СГ | силовий гіроскоп |
| СК | система координат |
| СУ | система управління |

ВСТУП

Динамічні параметри моделі космічних апаратів (КА), що визначаються його тензором інерції, координатами центру мас і масою, які називаються далі його інерційними характеристиками або параметрами, у процесі польоту зазнають не завжди точно передбачуваних змін. Це може призвести не тільки до втрати системою управління орієнтацією КА властивостей оптимальності в сенсі енергозбереження, швидкодії, якості перехідних процесів і т.д., які були закладені при її синтезі, але й до порушення її функціональної працездатності. Це стосується не тільки великогабаритних КА, але й малих космічних апаратів (МКА) з рухомими елементами конструкції, зокрема, оснащених маніпуляторами, включаючи мікросупутники, що розробляються ДКБ «ПІВДЕННЕ» [1, 2]. Тому актуальною проблемою є розробка методів і алгоритмів оцінювання поточних значень оцінок інерційних параметрів КА в умовах польоту з їхнім безпосереднім використанням для адаптації системи управління. Розв'язанню цієї проблеми присвячена велика кількість досліджень (див., напр., [3-13]). Велика бібліографія досліджень, присвячених як проблемі оцінювання інерційних параметрів математичної моделі КА в польоті, так і оцінюванню параметрів, що характеризують властивості їх пружності, наведена роботі [12].

Загальним для всіх вищезгаданих робіт є наступне. В алгоритмах оцінювання інерційних характеристик КА використовуються типові бортові прилади і пристрої. До них належать позиційні датчики визначення параметрів орієнтації (астродатчики або гіроскопічні прилади), датчики кутової швидкості, вимірювачі лінійних прискорень (ньютонметри, акселерометри), інерційні виконавчі органи (системи силових гіроскопів) і прилади вимірювання їх сумарного кінетичного моменту, реактивні двигуни управління просторовим рухом КА з тарованою (відомою) силою тяги. У конкретних алгоритмах визначення тих чи інших інерційних характеристик КА використовуються ті або інші часткові комбінації з перерахованих датчиків. Так, наприклад, в алгоритмі [8] для визначення координат центру мас конструкції КА використовуються вимірювання тривісних акселерометра й датчика кутової швидкості, а також система силових гіроскопів для забезпечення обертання КА. Вимірювання кінетичного моменту системи силових гіроскопів в алгоритмі не потрібні. В алгоритмі [13] оцінювання маси КА безпосередньо задіяні реактивні двигуни зближення й причалювання з тарованою тягою, датчики орієнтації і, як випливає з самої назви роботи, акселерометри. При цьому для роботи

алгоритмів оцінювання інерційних характеристик потрібна реалізація спеціальних режимів орієнтації КА (наприклад, закрутка КА із заданою кутовою швидкістю або стабілізація відносно заданого напрямку), які можуть не збігатися з необхідними в даний час штатними режимами орієнтації.

Теоретичною основою алгоритмів оцінювання тензора інерції є теорема про зміну кінетичного моменту механічної системи і наслідок, що з неї випливає, про його сталість при відсутності зовнішніх збурюючих моментів. Безпосереднє визначення тензора інерції або координат центру мас зі співвідношень, одержуваних у результаті відповідних вимірювань, ґрунтується на використанні методу найменших квадратів або алгоритмів фільтра Калмана.

У цьому дослідженні, виходячи з тих же фундаментальних теорем механіки твердого тіла й використанні тих же бортових вимірювальних приладів і командних (виконавчих) пристроїв, розроблені нові методи й алгоритми оцінювання в польоті тензора інерції КА й координат його центру мас. З формальної сторони одержання алгоритмів оцінювання зведене до знаходження псевдорозв'язку перевизначених систем лінійних рівнянь або розв'язання систем лінійних нерівностей. Для їхнього розв'язання застосовані раніше розроблені авторами методи оцінювання, засновані на відміні від імовірнісної на теоретико-множинній інтерпретації невизначеності. Конкретно: робастні методи еліпсоїдального оцінювання в умовах невизначеності. Під невизначеністю тут розуміється неоднозначність інформації про значення інерційних параметрів математичної моделі КА й неконтрольовані завади вимірювання.

Відмінністю розроблених алгоритмів від існуючих вищезгаданих полягає в тому, що вони зберігають свою працездатність при штатному функціонуванні КА, тобто при вирішенні ним передбачених цільових задач. Організації спеціальних режимів орієнтації вони не потребують. Природно, вони можуть використовуватися й при вище названих режимах орієнтації. Крім того, вони не вимагають знання похідних кутових швидкостей, вимірювання яких пов'язане з істотними похибками, й тому мають регуляризуючі властивості. І нарешті, на відміну від усіх існуючих методів оцінювання інерційних характеристик математичних моделей КА, вони разом з їх точковими оцінками дають змогу одночасно отримувати і гарантовані оцінки їх точності. Останні, тобто гарантовані оцінки, задаються у вигляді приналежності невідомих істинних значень інерційних характеристик відповідним еліпсоїда, параметри яких природним чином паралельно обчислюються в процесі роботи алгоритму. При цьому обчислювальна складність алгоритмів по суті не відрізняється від алгоритмів типу фільтра Калмана. Від

еліпсоїдальних оцінок нескладно перейти й до більш наочних і розповсюджених на практиці інтервальних оцінок.

Ефективність розроблених алгоритмів проілюстрована результатами комп'ютерного моделювання їх безпосереднього використання в системі адаптивного керування орієнтацією КА.

1 РОЗРОБКА АЛГОРИТМІВ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ТЕНЗОРА ІНЕРЦІЇ КОСМІЧНИХ АПАРАТІВ ПРИ ЇХ ШТАТНОМУ ФУНКЦІОНУВАННІ В УМОВАХ ПОЛЬОТУ

1.1 МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КУТОВОГО РУХУ КОСМІЧНОГО АПАРАТА, КЕРОВАНОГО ІНЕРЦІЙНИМИ ВИКОНАВЧИМИ ОРГАНАМИ

Введемо в розгляд такі праві системи координат (СК):

- будівельна СК $Px_b y_b z_b$ з початком в деякій певним чином обраній точці P корпусу КА. Координатні осі $Px_b y_b z_b$ мають незмінний напрямок у корпусі КА, тобто ця СК є зв'язаною з КА. Вибір напрямків координатних осей $Px_b y_b z_b$ звичайно здійснюється з урахуванням симетрії конструкції КА. У будівельній СК задаються координати установки й напрямку осей чутливості різних приладів і пристроїв КА й корисного навантаження;
- зв'язана система координат (ЗСК) $Oxyz$ з початком у центрі мас КА. Напрямку координатних осей $Oxyz$ і $Px_b y_b z_b$ передбачаються співпадаючими;
- орбітальна система координат (ОСК) $Ox_0 y_0 z_0$. За аналогією з [1] покладається, що вісь Oy_0 спрямована по поточному радіусу-вектору центру мас із початком у центрі Землі й додатним напрямком у зовнішність орбіти. Вісь Ox_0 розташована в площині орбіти з додатним напрямком у бік руху КА. Далі для компонент довільного вектора X , заданих у ЗСК, ОСК або в деякій інерціальній системі координат (ІСК) використовуються позначення X_s , X_0 і X_I . Взаємне розташування координат ілюструється Рис. 1.

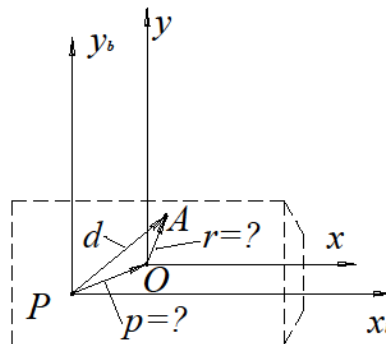


Рис. 1 – Взаємне розташування будівельної $Px_b y_b z_b$ і зв'язаної $Oxyz$ систем координат

Припускається, що в точці \mathbf{A} встановлений трикомпонентний ньютонometr, що вимірює проекції уявного прискорення (рос. термін – «кажущегося ускорения») на осі будівельної системи $Px_b y_b z_b$, які збігаються з його проекціями на ЗСК. Вектор координат $d = (x_d, y_d, z_d)^T$ установки ньютонometра в будівельній системі $Px_b y_b z_b$ покладається відомим. Далі поряд з визначенням тензора інерції МКА вирішується також задача оцінювання вектора p – координат центру мас МКА в будівельній СК $Px_b y_b z_b$.

З урахуванням [1-6] рівняння математичної моделі еволюції в часі орієнтації зв'язаної з КА ЗСК відносно ОСК можуть бути записані в наступному векторно-матричному вигляді

$$2\dot{\Lambda} = B(\Lambda)[\omega - S(\Lambda)\omega_*], \quad \omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)^T, \quad (1.1)$$

$$J\dot{\omega} = m_u - \check{\omega}J\omega + m_p. \quad (1.2)$$

Тут Λ – вектор, складений з компонент кватерніона, який для стислості далі також називається кватерніоном $\Lambda^T = (\lambda_0, \lambda^T)$, $\lambda^T = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$. Припускається, що кватерніон $\Lambda = \Lambda(t)$ є нормованим

$$\|\Lambda(t)\|^2 = \lambda_0^2(t) + \lambda^T(t)\lambda(t) \equiv 1 \quad (1.3)$$

і його компоненти є параметрами Родріга-Гамільтона $\lambda_0(t) = \cos \vartheta(t)/2$, $\lambda_i(t) = \gamma_i(t) \sin \vartheta(t)/2$, $i = 1, 2, 3$, $\gamma_1^2(t) + \gamma_2^2(t) + \gamma_3^2(t) \equiv 1$ [2]. Матриця $B(\Lambda)$ це (4×3) -матриця повного рангу

$$B(\Lambda) = \begin{pmatrix} -\lambda^T \\ \lambda_0 I_3 + \check{\lambda} \end{pmatrix}, \quad \text{rank} B(\Lambda(t)) \equiv 3, \quad (1.4)$$

I_3 – одинична 3×3 -матриця. Під символом \check{z} , де $z = (z_1, z_2, z_3)^T$ – довільний вектор, тут і далі розуміється кососиметрична вироджена матриця

$$\check{z} = \begin{pmatrix} 0 & -z_3 & z_2 \\ z_3 & 0 & -z_1 \\ -z_2 & z_1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \check{z}^T = -\check{z}, \quad \det \check{z} = 0, \quad \text{rank} \check{z} = 2 \quad \forall \|z\| \neq 0.$$

Під позначенням ω розуміється вектор абсолютної кутової швидкості КА (кутової швидкості ЗСК відносно ІСК), заданий проєкціями $\omega_j, j = 1, 2, 3$ на осі ЗСК. Під символом $S(\Lambda)$ розуміється ортогональна матриця, що має вид [2,7]

$$S(\Lambda) = I_3 - 2\lambda_0\check{\lambda} + 2\check{\lambda}\check{\lambda}, S^{-1}(\Lambda) = S^T(\Lambda), S(\Lambda) = S(-\Lambda). \quad (1.5)$$

При цьому $Z_s = S(\Lambda)Z_0$, де Z_s й Z_0 – вектори, складені із проєкцій довільного вектора Z на осі ЗСК і ОСК відповідно. Формула (1.5) для матриці напрямних косинусів, представлена в розгорнутому виді в компонентах кватерніона $\Lambda = (\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)^T$, має вигляд

$$S(\Lambda) = \{s_1, s_2, s_3\} = \begin{pmatrix} \lambda_0^2 + \lambda_1^2 - \lambda_2^2 - \lambda_3^2 & 2(\lambda_1\lambda_2 + \lambda_0\lambda_3) & 2(\lambda_1\lambda_3 - \lambda_0\lambda_2) \\ 2(\lambda_1\lambda_2 - \lambda_0\lambda_3) & \lambda_0^2 + \lambda_2^2 - \lambda_1^2 - \lambda_3^2 & 2(\lambda_2\lambda_3 + \lambda_0\lambda_1) \\ 2(\lambda_1\lambda_3 + \lambda_0\lambda_2) & 2(\lambda_2\lambda_3 - \lambda_0\lambda_1) & \lambda_0^2 + \lambda_3^2 - \lambda_1^2 - \lambda_2^2 \end{pmatrix}, \quad (1.6)$$

де $s_j = s_j(\Lambda)$ – вектори-стовпці матриці $S(\Lambda)$. Під позначенням $\omega_* = (\omega_{*1}, \omega_{*2}, \omega_{*3})^T$ розуміється абсолютна кутова швидкість ОСК (швидкість обертання ОСК відносно інерціального простору) задана проєкціями на її ж осі

$$\omega_{*1} = \omega_{*2} = 0, \omega_{*3} = -\dot{\nu}, \dot{\nu} = r^{-2}\sqrt{\mu p}, r = p(1 + e \cos \nu)^{-1}, \quad (1.7)$$

де ν – поточна істинна аномалія КА, що характеризує його положення на орбіті, $\mu = 398606 \text{ км}^3/\text{сек}^2$ – гравітаційна постійна Землі, r – модуль радіуса-вектора центру мас КА, e – ексцентриситет орбіти й p – фокальний параметр орбіти, що співпадає при $e = 0$ з її радіусом r [8]. Зазначимо, що кінематичне рівняння (1.1) може бути подане в наступному виді

$$\frac{d\Lambda}{dt} = \frac{1}{2}A(\omega, \omega_*)\Lambda,$$

де $A(\omega, \omega_*) - (4 \times 4)$ – кососиметрична матриця

$$A(\omega, \omega_*) = \begin{pmatrix} 0 & -(\omega - \omega_*)^T \\ (\omega - \omega_*) & -(\check{\omega} + \check{\omega}_*) \end{pmatrix}.$$

Симетрична додатно визначена 3×3 -матриця

$$J = \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{pmatrix}, J = J^T > 0 \quad (1.8)$$

є представленням в ЗСК тензора інерції відносно точки O системи тіл, що складається з корпусу КА та («зупинених або вмерожених» [1]) силових гіроскопів («КА+СГ»), визначення елементів матриці (1.8) є однією з розв'язуваних тут задач; m_p – неконтрольований обмежений збурюючий момент, що являє собою суму аеродинамічного, гравітаційного, магнітного моментів і моментів сил світлового тиску [1, 9-11]. Припускається, що збурюючий момент задовольняє обмеження

$$m_p^T m_p \leq c_p^2, \quad (1.9)$$

де c_p – задана константа; m_u – керуючий момент

$$m_u = -\dot{G} - \check{\omega}G, \quad (1.10)$$

де $G = (G_1, G_2, G_3)^T$ – вектор суми векторів кінетичних моментів усіх ІВО (гіродинів і (або) маховиків), що визначається своїми проекціями $G_j, j = 1, 2, 3$ на осі ЗСК [1, 3].

Саме похідна сумарного вектора кінетичного моменту (КМ) \dot{G} властиво і є управлінням орієнтацією. Її цілеспрямована зміна реалізується відповідними швидкостями прецесії гіродинів або механічними моментами електродвигунів маховиків, тобто прискореннями обертання маховиків [1, 3, 4]. Питанням синтезу управління різноманітними структурами СГ, як гіродинів, так маховиків, оптимального за різними критеріями і такого, що забезпечує для реалізації необхідної орієнтації КА зміну \dot{G} їх сумарного КМ, присвячена важко доступна для огляду кількість робіт багатьох авторів (див., напр. [1, 3, 4, 12-15]). Тут ці питання не зачіпаються, оскільки вони являють собою технічні способи реалізації необхідних значень \dot{G} і безпосереднього стосунку до розглядуваних задач не мають. Припускається при цьому виконання гіпотези про гіростат [1]. Це означає, що компоненти тензора інерції КА відносно ЗСК залишаються незмінними при будь-якому положенні СГ відносно корпусу КА. Гіростатом є МКА,

керований збалансованими одностепеневими СГ (роторами-маховиками) або кульовими маховиками. Приблизно звичайно вважають гіростатом і КА, керований двоступеневими СГ (гіродинами) [1].

З рівнянь (1.2), (1.10) випливає, що при відповідному виборі похідної КМ \dot{G} можна добитися, щоб для керуючого моменту m_u , який реалізується системою СГ, виконувалася умова $m_u = m_c$, де $m_c = m_c(t, \Lambda(t), \omega(t), \Lambda_s, \omega_s)$ – керуючий момент, потрібний для забезпечення заданої орієнтації КА $\|\Lambda(t) - \Lambda_s\| \rightarrow 0, \|\omega(t) - \omega_s\| \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$ [5] або $\|\Lambda(t) - \Lambda_s\| \leq \varepsilon_\lambda, \|\omega(t) - \omega_s\| \leq \varepsilon_\omega$ при $t \geq t_*$. Тут Λ_s – кватерніон, що відповідає заданій усталеній орієнтації КА; $\omega_s = S(\Lambda_s) \omega_*$; $\varepsilon_\lambda; \varepsilon_\omega$ – задана точність орієнтації в усталеному режимі $t \geq t_*$. Зокрема, кватерніонам $\Lambda_s = (\pm 1, 0, 0, 0)^T$ відповідає суміщення базису ЗСК із ОСК. В [5] для керуючого моменту m_c , що забезпечує асимптотичну стійкість заданого режиму орієнтації, отримано

$$m_c = \alpha B^T(\Lambda) \Lambda_s \operatorname{sign}(\Lambda_s^T \Lambda) - R(\omega - \omega_s), \quad (1.11)$$

де $\alpha > 0$ і $R = R^T > 0$ додатно визначена матриця.

Під асимптотичною стійкістю режиму орієнтації Λ_s, ω_s розуміється наступний вид стійкості. Для його пояснення зазначимо, що рівняння (1.1) має інтеграл руху $\Lambda^T(t) \Lambda(t) = \|\Lambda(t)\|^2 = c^2$, у чому неважко переконатися, диференціюючи вираз $\|\Lambda(t)\|^2$ в силу рівняння (1.1) з урахуванням рівності $\Lambda^T B(\Lambda) = 0$, що легко перевіряється. Інакше кажучи, траєкторії системи (1.1), (1.2) розташовані на сфері $\Lambda^T \Lambda = r^2$ її фазового підпростору при будь-яких значеннях кутових швидкостей ω . У випадку, коли компонентами вектора Λ є параметри Родріга-Гамільтона, це буде сфера одиничного радіуса $r = 1$. Тому розв'язок системи (1.1), (1.2) $\Lambda = \Lambda_s, \omega = \omega_s, \|\Lambda_s\| = 1$ не буде мати властивості асимптотичної стійкості в сенсі класичних понять стійкості по Ляпунову. При цьому може мати місце лише стійкість при збуреннях Λ , що знаходяться також на сфері одиничного радіуса [5]. У загальній теорії стійкості це відповідає поняттю умовної стійкості або стійкості на многовидах початкових умов [16, 17].

1.2 Методи оцінювання тензора інерції в умовах польоту

Для формулювання й наступного розв'язання задачі оцінювання тензора інерції представимо його у вигляді

$$J = \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{pmatrix} = J(p, x^*) = \begin{pmatrix} p_1 + x_1^* & x_4^* & x_5^* \\ x_4^* & p_2 + x_2^* & x_6^* \\ x_5^* & x_6^* & p_3 + x_3^* \end{pmatrix}, \quad (1.12)$$

де вектори $p \in R^6$, $x^* \in R^6$, $p = (p_1, p_2, p_3, 0, 0, 0)^T$ – заданий вектор, $x^* = (x_1^*, \dots, x_6^*)^T$ – невідомий вектор, що підлягає визначенню (оцінюванню). Доцільність такого представлення викликана міркуваннями точності обчислень. У реальних умовах діагональні елементи матриці J набагато більші за абсолютною величиною від її недиагональних елементів. Задаючи відповідним чином вектор p в (1.12) можна «вирівняти» значення компонентів невідомого шуканого вектора x^* .

Розглянемо спочатку спосіб розв'язання, заснований на теоремі про зміну КМ системи тіл [18, 19]. Для простоти викладу будемо припускати орбіту круговою $e = 0$. Нехай $K = (K_1, K_2, K_3)^T$ – вектор КМ системи тіл «КА+СГ» відносно її центру мас, заданий його проекціями на осі інерціальної СК $Ox_Iy_Iz_I$. Припускається, що осі $Ox_Iy_Iz_I$ мають незмінний напрямок в інерціальному просторі, причому вісь Oz_I збігається з віссю Oz_0 ОСК при всіх $t \geq 0$. Нехай у деякий момент часу $t = t_0$, який без втрати загальності вважаємо рівним нулю $t_0 = 0$, СК $Ox_Iy_Iz_I$ збігається з ОСК. Поточне положення ОСК відносно $Ox_Iy_Iz_I$ визначається кутом $\varphi = \varphi(t) = \omega_{*3}t$ її повороту відносно їхніх спільних осей. При цьому, згідно [2], одержуємо $Z_0 = A_3(\varphi)Z_I$, де

$$A_3(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

а Z_0 і Z_I – вектори-стовпці, складені із проекцій деякого довільного вектора \bar{Z} на ОСК і $Ox_Iy_Iz_I$. Враховуючи формулу $Z_S = S(A)Z_0$, одержуємо

$$Z_S = S(A, \varphi) Z_I, \quad (1.13)$$

де $S(A, \varphi) = S(A) A_3(\varphi)$ – ортогональна матриця $\|S(A, \varphi)\| = 1$. Як і в [20, 21] припускається, що на інтервалі часу визначення тензора інерції впливом зовнішнього збурюючого моменту можна знехтувати, поклавши $m_p = 0$. При цьому з теореми про зміну КМ системи тіл [18, 19] випливає, що похідна $\dot{K}(t) = 0$, а вектор K у СК $Ox_I y_I z_I$ є постійним. Використовуючи (1.13) з урахуванням (1.2), (1.10) при цьому, одержуємо

$$J\omega + G = S(A, \varphi) K, \quad (1.14)$$

де вектор-стовпець $J\omega + G$ є проекцією постійного в $Ox_I y_I z_I$ вектора КМ на осі ЗСК [1, 15, 18]. З (1.14) безпосередньо випливає, що $\|J\omega + G\| = \|K\| = \text{const}$. Ця ж рівність випливає й з рівнянь (1.2), (1.10). Дійсно, обчислюючи похідну за часом від $\|J\omega + G\|^2$ в силу рівнянь (1.2), (1.10) з урахуванням рівності $\dot{\omega}^T = -\tilde{\omega}$ і позначення $J\omega + G = X$, одержуємо

$$d\|X\|^2/dt = 2\dot{X}^T X = 2X^T \tilde{\omega} X = 0.$$

Скориставшись співвідношеннями (1.12), (1.14), одержуємо рівняння

$$m_0^T(\omega)x - S(A, \varphi)K = -m_0^T(\omega)p - G, \quad (1.15)$$

де $m_0(\omega)$ – 3×6 -матриця

$$m_0(\omega) = \begin{pmatrix} \omega_1 & 0 & 0 & \omega_2 & \omega_3 & 0 \\ 0 & \omega_2 & 0 & \omega_1 & 0 & \omega_3 \\ 0 & 0 & \omega_3 & 0 & \omega_1 & \omega_2 \end{pmatrix}. \quad (1.16)$$

Із самого способу одержання рівняння (1.15) очевидно, що невідомий вектор x^* зі співвідношення (1.12) належить множині його розв'язків. Вектор у правій частині (1.15) може бути обчислений з використанням результатів вимірювання бортовими приладами векторів ω і G . Вводячи позначення

$$y(t) = -m_0^T(\omega)p - G, y(t) \in R^3 \quad (1.17)$$

для обчисленого значення цього вектора, з формули (1.15) при всіх $t \geq 0$ одержуємо систему лінійних рівнянь відносно невідомого вектора z :

$$y(t) = h^T(t)z, z^T = (x^T, K^T) \forall t \geq 0 \quad (1.18)$$

де $h^T(t)$ – відома 3×9 -матриця

$$h^T(t) = [m_0(\omega), -S(A, \varphi)]. \quad (1.19)$$

Таким чином, задача оцінювання тензора інерції зведена до задачі розв'язування систем лінійних рівнянь (1.18). Однак система (1.18) отримується в результаті вимірювань і обчислень поточних значень векторів $\omega(t)$, $G(t)$ і кута $\varphi(t)$ в припущенні, що похибки вимірювання відсутні. Оскільки в реальних умовах похибки вимірювання завжди мають місце, то система (1.18) може виявитися несумісною. Тому вважається доцільним замість системи рівнянь (1.18) розглядати систему нерівностей

$$y(t) = h^T(t)z + \xi(t), \quad (1.20)$$

де $\xi(t)$ – вектор наведених завод вимірювань, що задовольняє обмеження за енергетичною нормою [22]

$$\|\xi(t)\|_{Q^{-1}}^2 = \xi^T(t)Q^{-1}\xi(t) \leq c_1^2, \quad (1.21)$$

де Q – 3×3 -матриця $Q = Q^T > 0$, c_1 – задані матриця й константа. При цьому співвідношення (1.20) можна подати у вигляді системи нерівностей

$$\|y(t) - h^T(t)z\|_{Q^{-1}}^2 \leq c_1^2 \quad \forall t \geq 0, \quad (1.22)$$

розв'язок яких $z^T = (x^T, K^T)$ містить шукане значення $x^T = (x^*)^T$ компонентів тензора інерції. Для одержання поточних оцінок $\hat{z}(t)$ вектора $z(t)$ або, що те ж саме, оцінок тензора інерції, що визначаються розв'язками систем нерівностей (1.22), можна

скористатися алгоритмом еліпсоїдального оцінювання з [23]. Алгоритм будує еліпсоїди виду

$$E[\hat{z}(t), H(t)] = \{z \in R^9: \sigma(t, z) \leq 1\}, \quad (1.23)$$

де $\sigma(t, z) = [z - \hat{z}(t)]^T H^{-1}(t) [z - \hat{z}(t)]$, $H(t)$ – 9×9 -матриця $H(t) = H^T(t) > 0$. При цьому при всіх $t \geq 0$ виконується $z^* \in E[\hat{z}(t), H(t)]$. Рівняння зазначеного робастного алгоритму побудови оцінюючих еліпсоїдів при $Q = I_3$, адаптовані до розглянутого тут випадку і прийнятих позначень, мають вигляд

$$\frac{d\hat{z}}{dt} = R(t) H h(t) \tilde{y}(t), \quad \tilde{y}(t) = y(t) - h^T(t) \hat{z}, \quad (1.24)$$

$$\frac{dH}{dt} = -(1 - \beta^2) R(t) H h(t) h^T(t) H + R(t) \psi(t, \hat{z}, H), \quad (1.25)$$

де $\beta \in (0, 1)$ – параметр алгоритму, $\psi(t, \hat{z}, H) = [(\gamma(t) - 1) \tilde{y}^T(t) \tilde{y}(t) + c_1^2] H$, $1 < \gamma(t) \leq \gamma_0 < \infty$, $0 < R(t) \leq R_0 < \infty$, $R_0 = R_0^T > 0$.

У наведених вище алгоритмах оцінювання тензора інерції передбачалося, що вимірювання кутової швидкості $\omega(t)$, вектора КМ системи СГ $G(t)$, обчислення кватерніона $A(t)$ й кута $\varphi(t)$ в матриці $S(A, \varphi)$ здійснюються неперервно. У реальних системах управління всі ці операції здійснюються в дискретні моменти часу $t = t_k$, $t_{k+1} = t_k + T$, $k = 0, 1, \dots$, де T – інтервал дискретності вимірювання. Тому доцільно розв'язання задачі оцінювання тензора інерції замість систем рівнянь (1.18) або нерівностей (1.22), отриманих у неперервному часі, привести до розв'язання відповідних систем для дискретного часу. Тому для одержання поточних оцінок тензора інерції $\hat{J}_k = \hat{J}(t_k)$ будемо використовувати відповідні системи рівнянь і нерівностей

$$y_k = h_k^T z, \quad k = 0, 1, \dots, \quad (1.26)$$

$$\|y_k - h_k^T z\|^2 \leq c_1^2, \quad k = 0, 1, \dots, \quad (1.27)$$

де y_k й $h_k^T = h_k^T$ обчислюються за формулами (1.17) і (1.19) при $t = t_k, k = 0, 1, \dots$. Для одержання множини розв'язків цих систем можна використовувати робастний алгоритм еліпсоїдального оцінювання [24]. Алгоритм буде еліпсоїди виду

$$E[\hat{z}_k, H_k] = \{z \in R^9: \sigma(z, z_k, H_k) \leq 1\}, \quad (1.28)$$

де $\sigma(z, z_k, H_k) = (z - \hat{z}_k)^T H_k^{-1} (z - \hat{z}_k)$, H_k – 9×9 -матриця $H_k = H_k^T > 0$. При цьому при всіх $k \geq 0$ виконується $z^* \in E[\hat{z}_k, H_k]$. Рівняння алгоритму [24] побудови оцінюючих еліпсоїдів при $Q = I_3$, адаптовані до розглянутого тут випадку й прийнятих позначень, мають вигляд

$$\hat{z}_{k+1} = \hat{z}_k + \rho H_k h_k R_k^{-1} \tilde{y}_k, \quad (1.29)$$

$$H_{k+1} = \chi_k [H_k + (1 - \beta) \rho H_k h_k R_k^{-1} h_k^T H_k], \quad (1.30)$$

де $R_k = Q + \rho h_k^T H_k h_k$; $\tilde{y}_k = y_k - h_k^T \hat{z}_k$; $\chi_k = 1 + \rho c_1^2 + \rho_1 \mu_k$; $\mu_k = \tilde{y}_k^T R_k^{-1} \tilde{y}_k$; $\rho \in (0, 1), \rho_1 \in (0, 1), \beta \in (0, 1)$ – параметри алгоритму.

Алгоритми (1.24), (1.25) і (1.29), (1.30) дають «зв'язані» оцінки $\hat{z}_k \in R^9$, $\hat{z}_k^T = (\hat{x}_k^T, \hat{K}_k^T)$ для елементів $x^T = (z_1, \dots, z_6)$ тензора інерції й компонент $K^T = (z_7, z_8, z_9)$ вектора КМ, причому точність їх оцінок визначається «спільним» еліпсоїдом $z^* \in E(\hat{z}_k, H_k)$ у той час як ставилася задача одержання оцінюючих еліпсоїдів для вектора $x^* \in R^6$. Для одержання оцінок вектора $x^* \in R^6$ скористаємося результатами [25]. При цьому центри \hat{x}_k оцінюючих еліпсоїдів $E(\hat{x}_k, \tilde{H}_k) \subset R^6$ утворюються першими 6-ма компонентами вектора \hat{z}_k , а їх матриці \tilde{H}_k – елементами матриць H_k еліпсоїдів $E(\hat{z}_k, H_k) \subset R^9$, розташованих на перетинах її перших 6-ти рядків і 6-ти стовпців.

У запропонованому способі оцінювання тензора інерції, як і в [21], використовується представлення (1.14) вектора КМ системи «КА+СГ» у проекціях на ЗСК через його представлення в проекціях на СК $Ox_1y_1z_1$. Відмінність розглянутої постановки задачі від [21] полягає в тому, що тут покладається відома орієнтація КА в обертальній ОСК, а не в $Ox_1y_1z_1$. В частинному випадку при $\omega_{*3} = 0$ постановки задач збігаються. Тут також додатково враховуються похибки вимірювань ξ_k і крім точкового

оцінювання \hat{x}_k вектора x^* тут виходить ще й міра точності цього оцінювання, що визначається матрицею \tilde{H}_k . Однак у розглянутому способі, поряд із шуканою оцінкою x^* елементів тензора інерції, потрібно знаходити також і оцінку вектора K КМ системи тіл «КА+СГ», який визначається проєкціями в СК $Ox_Iy_Iz_I$, що приводить до підвищення розмірності розв'язуваної задачі. Тому нижче розглядаються інші способи оцінювання тензора інерції, що не мають зазначеного недоліку і враховують збурення $\|m_p\| \neq 0$.

Скориставшись співвідношенням (1.12), з рівняння (1.2) одержуємо

$$m^T(\dot{\omega}, \omega)(p + x) = m_u + m_p. \quad (1.31)$$

Тут $m^T(\dot{\omega}, \omega)$ – 3×6 -матриця $m^T(\dot{\omega}, \omega) = m_0^T(\dot{\omega}) + m_1^T(\omega)$, де $m_0^T(\dot{\omega})$ визначається формулою (1.16) при заміні в ній вектора ω на вектор $\dot{\omega}$, а

$$m_1^T(\omega) = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_{23} & \omega_{23} & -\omega_{13} & \omega_{12} & \omega_{22} - \omega_{33} \\ \omega_{13} & 0 & -\omega_{13} & \omega_{23} & \omega_{33} - \omega_{11} & -\omega_{12} \\ -\omega_{12} & \omega_{12} & 0 & \omega_{11} - \omega_{22} & -\omega_{23} & \omega_{13} \end{pmatrix} \quad (1.32)$$

і $\omega_{ij} = \omega_i \omega_j$, $i = \overline{1,3}$, $j = \overline{1,3}$. Очевидно, що значення $x = x^*$ належить множині розв'язків рівняння (1.31).

У результаті інтегрування обох частин (1.31) з урахуванням (1.10) одержуємо

$$y_k = h_k^T x + \xi_k, \quad \xi_k = - \int_{t_k}^{t_{k+1}} m_p dt. \quad (1.33)$$

Вектор y_k в (1.33) обчислюється за формулою

$$y_k = - (h_k^T p + \Delta G_k + v_k), \quad (1.34)$$

де $h_k^T = m_0^T(\Delta\omega_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} m_1^T(\omega) dt$ – 3×6 -матриця, $\Delta\omega_k = \omega(t_{k+1}) - \omega(t_k)$,

$$\Delta G_k = G(t_{k+1}) - G(t_k), \quad v_k = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \tilde{\omega} G dt.$$

Використовуючи (1.33), (1.34) і (1.9), послідовно одержуємо оцінку $\|\xi_k\|_{Q^{-1}}^2 \leq c^2$ і систему нерівностей

$$y_k = h_k^T x + \xi_k, \quad \|\xi_k\|_{Q^{-1}}^2 \leq c^2, \quad (1.35)$$

множині розв'язків якої належить шукане значення $x = x^*$. Для одержання оцінок \hat{x}_k шуканого вектора x^* скористаємося алгоритмом [24] побудови оцінюючих еліпсоїдів $E[\hat{x}_k, H_k]$

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_k + \rho H_k h_k R_k^{-1} \tilde{y}_k, \quad \tilde{y}_k = y_k - h_k^T \hat{x}_k, \quad (1.36)$$

$$H_{k+1} = \chi_k [H_k + (1 - \beta) \rho H_k h_k R_k^{-1} h_k^T H_k], \quad (1.37)$$

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_k, \quad H_{k+1} = H_k \quad \text{при} \quad \|h_k\| \leq \delta, \quad (1.38)$$

де $\delta > 0$ – параметр алгоритму. Інші позначення співпадають з позначеннями у формулах (1.29), (1.30). З рівнянь (1.2) безпосередньо випливає, що якщо на інтервалі часу $t_k \leq t < t_{k+1}$ кутова швидкість $\omega(t)$ і її похідна $\dot{\omega}(t)$ приймають малі значення, то визначення тензора інерції зі співвідношень (1.35), отриманих з використанням (1.2), може призвести до неприпустимих обчислювальних похибок. Умова (1.38) дає змогу виключити з розгляду такі інтервали й тому сприяє регуляризації наведеного алгоритму.

Викладений вище метод еліпсоїдального оцінювання тензора J може бути досить просто доповнено урахуванням гравітаційного моменту m_g , відносно якого припускалося, що в рівнянні (1.2) він входить у збурюючий момент m_p , який задовольняє обмеження (1.9). З урахуванням [1, 11] представимо гравітаційний момент m_g у наступному векторно-матричному вигляді

$$m_g = 3\omega_{*3}^2 \tilde{d} J d, \quad d = (d_1, d_2, d_3)^T, \quad (1.39)$$

де вектор-стовпець $d = s_2(A)$ і $s_2(A)$ – другий стовпець у наведеному вище виразі (1.6) для матриці $S(A) = \{s_1(A), s_2(A), s_3(A)\}$. З (1.39) з урахуванням (1.12) і (1.31), (1.32) одержуємо

$$[m^T(\dot{\omega}, \omega) - 3\omega_{*3}^2 m_1^T(d)](p + x) = m_u + m_p, \quad (1.40)$$

де матриця $m_1^T(d)$ виходить із матриці $m_1^T(\omega)$ заміною ω на d і в m_p входять усі раніше перераховані збурюючі моменти, крім гравітаційного моменту. Проробивши викладення, аналогічні описаним вище, для визначення тензора інерції J одержуємо систему нерівностей виду (1.35), у якій 3×6 -матриця

$$h_k^T = m_0^T(\Delta\omega_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} [m_1^T(\omega) - 3\omega_{*3}^2 m_1^T(d)] dt. \quad (1.41)$$

При цьому для одержання оцінок J також можна застосувати робастні алгоритми побудови оцінюючих еліпсоїдів (1.36)-(1.38), у яких матриця h_k обчислюється за формулою (1.41).

2 РОЗРОБКА МЕТОДУ ОЦІНЮВАННЯ ПОЛОЖЕННЯ ЦЕНТРУ МАС КОСМІЧНОГО АПАРАТА

Розглянемо задачу визначення положення центру мас. Прискорення в точці А установки ньютонметра, координати якої в СК $Px_b y_b z_b$ (див. Рис. 1) відомі, являє собою прискорення w_A , викликане поступальним рухом полюса й обертанням КА відносно нього. Прискорення w_A визначається формулою

$$\bar{w}_A = \bar{w}_0 + \bar{\omega} \times \bar{r} + \bar{\omega} \times (\omega \times \bar{r}), \quad (2.1)$$

де \bar{w}_0 – вектор прискорення в якійсь, загалом кажучи, довільно обраній точці O (полюсі) системи матеріальних точок [1]. У цьому випадку під системою матеріальних точок розуміється КА. Слідуючи [2], вважаємо, що в якості полюса обраний центр мас КА. Згідно з теоремою [1], центр мас системи матеріальних точок (КА) рухається як матеріальна точка з масою, що дорівнює масі всієї системи, на яку діє сила, рівна сумі всіх зовнішніх сил. При цьому прискорення \bar{w}_0 може бути представлене у вигляді

$$\bar{w}_0 = \bar{g} + \bar{f}, \quad (2.2)$$

де \bar{g} – вектор прискорення, викликаного гравітаційним полем Землі, \bar{f} – вектор прискорення, викликаного діючими на КА силами негравітаційної природи (аеродинамічні сили опору, сили сонячного тиску й ін.), суттєво менший у порівнянні з \bar{g} . Далі припускається, що $\|f\|_{Q^{-1}}^2 = f^T Q^{-1} f \leq c_f^2$, де c_f^2 відома мала додатна величина (в [2] взагалі покладається, що прискорення \bar{f} відсутнє $\bar{f} = 0$).

Враховуючи, що ньютонметр вимірює уявне прискорення (*рос. термін – “кажущееся ускорение”*) [3], з (2.1), (2.2) одержуємо співвідношення

$$a(t) - \left[\frac{d}{dt} \bar{\omega}(t) + \bar{\omega}(t) \bar{\omega}(t) \right] r = f(t), \quad \|f(t)\|_{Q^{-1}}^2 \leq c_f^2, \quad (2.3)$$

у якому усі вектори вважаються представленими своїми проекціями на осі ЗСК. У роботі [2] для оцінки вектора координат r використовується рівняння, яке отримується з (2.3) у дискретні моменти часу

$$a(t_k) = h^T(t_k)r_k, \quad (2.4)$$

де для формування матриці $h^T(t_k) = \dot{\omega}(t_k) + \ddot{\omega}(t_k)\ddot{\omega}(t_k)$ використовуються значення похідної кутової швидкості $\dot{\omega}(t)$, знаходження яких з використанням відповідних методів пов'язане зі значними обчислювальними похибками. При цьому для реалізації ітеративної процедури визначення оцінок $\hat{r}_k, k = 0, 1, \dots$ використовується алгоритм типу фільтра Калмана.

Нижче пропонується алгоритм, що не потребує вимірювання або обчислення похідної $\dot{\omega}(t)$ кутової швидкості КА і який дозволяє усунути пов'язані із цим обчислювальні похибки визначення координат центру мас. Для його реалізації на борту потрібен мінімальний склад вимірювальних приладів – датчик кутової швидкості та ньютонometr.

Для одержання цього алгоритму виконаємо інтегрування обох частин (2.3) на інтервалі часу $t_k \leq t \leq t_{k+1}, k = 0, 1, \dots$. У результаті одержуємо систему нерівностей

$$y_k = h_k^T x + \xi_k, \quad \|\xi_k\|_{Q^{-1}}^2 \leq c_k^2, \quad (2.5)$$

у якій $y_k \in R^3$, $y_k = \int_{t_k}^{t_{k+1}} a(t) dt$; h_k^T – 3×3 -матриця $h_k^T = \ddot{\omega}_{k+1} - \ddot{\omega}_k + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \ddot{\omega}(t)\ddot{\omega}(t) dt$,

$$\ddot{\omega}_k = \ddot{\omega}(t_k), \quad \xi_k = \int_{t_k}^{t_{k+1}} f(t) dt, \quad c_k^2 = c_f^2(t_{k+1} - t_k).$$

Із самого способу одержання системи нерівностей (2.5) випливає, що шукане значення $x = x^* = r$ належить множині її розв'язків. Для одержання оцінок \hat{x}_k вектора r можна скористатися робастним алгоритмом (1.36) - (1.38) побудови оцінюючих еліпсоїдів $E[\hat{x}_k, H_k]$. При цьому для оцінок \hat{p}_k координат центру мас КА в будівельній СК Px_b, y_b, z_b (див. Рис. 1) одержуємо $\hat{p}_k = d - \hat{x}_k$.

У методах керування просторовим рухом КА істотним є знання поточної маси КА. У згадуваній вище роботі [2] показано, що вона може бути досить просто обчислена на

основі визначення координат центрів мас КА при двох відомих різних положеннях у ньому тіла відомої маси. При цьому включення двигунів управління просторовим рухом КА й інформації про величину їх тяги на відміну від [4], також присвяченої визначенню маси КА, у польоті не потрібно.

Зазначимо, що й розв'язування задачі оцінювання маси КА при припущенні, прийнятому при одержанні алгоритму [4], тобто при включенні маршових двигунів з відомою тягою, також може бути зведене до застосування методу еліпсоїдів для розв'язування систем нерівностей виду (1.36)-(1.38).

3 ВИКОНАННЯ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ ПО ДОСЛІДЖЕННЮ ЕФЕКТИВНОСТІ АЛГОРИТМІВ

Для дослідження властивостей запропонованих алгоритмів було виконано комп'ютерне моделювання роботи алгоритму оцінювання тензора інерції в замкнутому контурі системи орієнтації КА, керованого системою СГ.

Формування керуючого моменту системи СГ, згідно з [15], здійснювалося з умови $m_u = m_c$, де m_u і m_c визначаються формулами (1.10) і (1.11). При цьому еволюція вектора КМ системи СГ описувалася рівнянням

$$\dot{G} = -\omega G - m_c, \quad (3.1)$$

яке інтегрувалося разом з рівняннями (1.1) і (1.2). При цьому у формулі (1.11) для m_c покладалося $\alpha = 5$, $R = \text{diag}\{10, 10, 10\}$, $A_G = (1, 0, 0, 0)^T$ і замість тензора інерції J використовувалася його поточна оцінка J_k , яка одержувалась згідно з алгоритмом (1.36)–(1.38) і змінювалася в дискретні моменти часу $t_k = kT$, $T = 1,5$, $k = 0, 1, \dots$. Початкові значення кутової швидкості КА, його орієнтації і КМ системи СГ покладалися рівними

$$\omega(0) = (0, 0, 0)^T, \quad A(0) = 0,5\sqrt{3}(1, 1/3, 1/3, 1/3)^T, \quad G(0) = 0,1(1, 1, 1)^T.$$

Кватерніону $A(0)$ відповідає поворот КА на кут 60° навколо осі, яка визначається в ЗСК і ОСК однаковими напрямними косинусами $\gamma_i = \sqrt{3}/3$, $i = 1, 2, 3$. Радіус орбіти КА покладалася рівним $R = 7070$ км, «невідомий» тензор інерції

$$J = \begin{pmatrix} 90 & -0,2 & 0,2 \\ -0,2 & 60 & 0,1 \\ 0,2 & 0,1 & 90 \end{pmatrix} \text{ кгм}^2.$$

Вектори p й x^* в (1.12) покладалися рівними $p = (90, 60, 90, 0, 0, 0)^T$, $x^* = (0, 0, 0, -0,2, 0,2, 0,1)^T$. Досліджувався робастний алгоритм оцінювання тензора

інерції (1.36)– (1.38), що відповідає нерівностям (1.35). Завади вимірювань ξ_k задавалися у вигляді $\xi_{ki} = b_i \sin(f_0 t + \beta_i)$; $b_i = 10^{-4}$, $i = 1, 2, 3$; $f_0 = 6$, $\beta_1 = 0$, $\beta_2 = \pi/4$, $\beta_3 = \pi/2$. Для обчислення інтегралів, використовуваних при формуванні нерівностей (1.35), були введені допоміжні векторне й матричне диференціальні рівняння $\dot{\psi} = \overset{\vee}{\omega} G$ й $\dot{\Psi} = m_1^T(\omega)$. При цьому значення $\psi(t)$ й $\Psi(t)$ у дискретні моменти часу $t = t_k$ покладалися рівними $\psi(t_k) = 0$ й $\Psi(t_k) = 0$, $k = 0, 1, \dots$. Отримана задача Коші для системи рівнянь, що складається з рівнянь (1.1), (1.2), (3.1) і введених допоміжних диференціальних рівнянь, вирішувалася методом Рунге-Кутта з контролем похибки на кроці [1]. Одержувана в такий спосіб система нерівностей (1.35) розв'язувалася з використанням алгоритму (1.36)-(1.38) з початковими умовами $\hat{x}_0 = (1, 1, 1, 0, 0, 0)^T$, $H_0 = 6,25 I_6$ і параметрами $\rho = 0,5$, $\rho_1 = 0,5$, $\beta^2 = 0,1$, $\delta = 5 \cdot 10^{-6}$, $Q = 10^{-6} I_3$.

Для підтвердження робастності алгоритму (1.36)–(1.38), незважаючи на присутність завади $\xi_k \neq 0$, параметр c , що характеризує інтенсивність завади ξ_k , покладался рівним нулю $c = 0$. Отримані оцінки тензора інерції J_k використовувалися в законі управління m_c в (1.11) на інтервалах часу $t_k \leq t < t_{k+1}$, $k = 0, 1, \dots$.

Для візуалізації процесу адаптивного керування орієнтацією КА та властивостей робастності і збіжності алгоритму оцінювання тензора інерції будувалися графіки компонентів кватерніона $\lambda_i(t_k)$, кутової швидкості $\omega_j(t_k)$, КМ системи СГ $G_j(t_k)$, $i = \overline{0, 3}$, $j = \overline{1, 3}$, норми $N(t_k)$ вектора КМ «КА+СГ» $N(t_k) = \|J\omega(t_k) + G(t_k)\|$, сліду матриці $Sp H(t_k)$, поточного значення похибки точкового оцінювання тензора інерції $\delta J(t_k) = \|\hat{x}(t_k) - x^*\|$ й індикаторної функції $\sigma(t_k) = \sigma(x^*, \hat{x}_k, H_k)$ (див. формулу (1.28)). При $\sigma(t_k) \leq 1$ точка x^* у представленні (1.12) матриці J розташована усередині еліпсоїда $x^* \in E(\hat{x}_k, H_k)$ й $x^* \notin E(\hat{x}_k, H_k)$ при $\sigma(t_k) \geq 1$.

Було проведено 3 обчислювальних експерименти.

В експерименті 1 з обраними вище початковими значеннями \hat{x}_0 й H_0 для апріорної еліпсоїдальної оцінки виконується включення $x^* \in E(\hat{x}_0, H_0)$, $\sigma(0) < 1$. З рис. 2 і рис. 3 видно, що $\lambda(t_k)$ й $\omega(t_k)$ приходять до своїх усталених значень, що відповідають суміщенню ЗСК з ОСК. На рис. 4 показані графіки зміни компонент $G_j(t_k)$ вектора КМ системи СГ. З рисунка видно, що, незважаючи на зміни векторів $\omega(t_k)$ і $G(t_k)$, норма

$N(t_k) = \|J\omega_k + G_k\|$ вектора КМ системи «КА + СГ» відповідно до вищесказаного залишається незмінною. Процес зменшення похибки $\delta J(t_k)$ точкового оцінювання показаний на рис. 5. При цьому слід матриці $SpH(t_k)$ також зменшується і при всіх $t_k \geq 0$ виконується нерівність $\sigma(t_k) < 1$, що підтверджує виконання включення $x^* \in E[\hat{x}(t_k), H(t_k)]$.

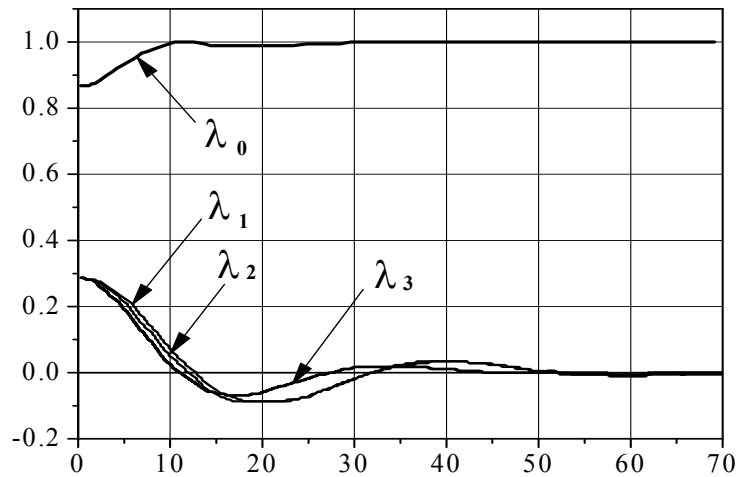


Рис. 2 – Ілюстрація до експерименту 1

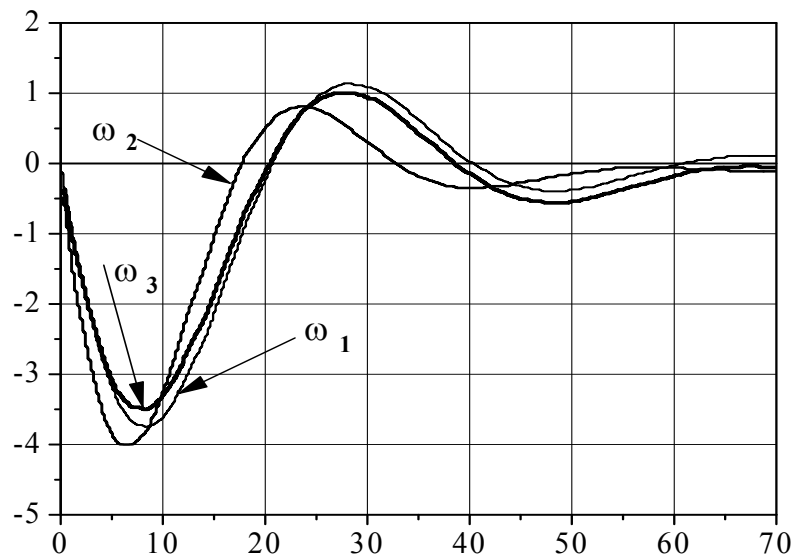


Рис. 3 – Ілюстрація до експерименту 1

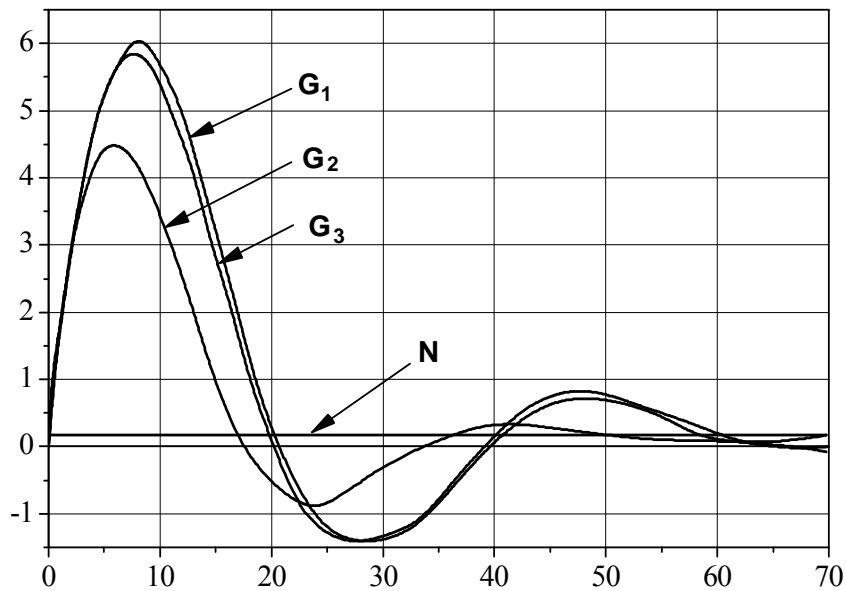


Рис. 4 – Ілюстрація до експерименту 1

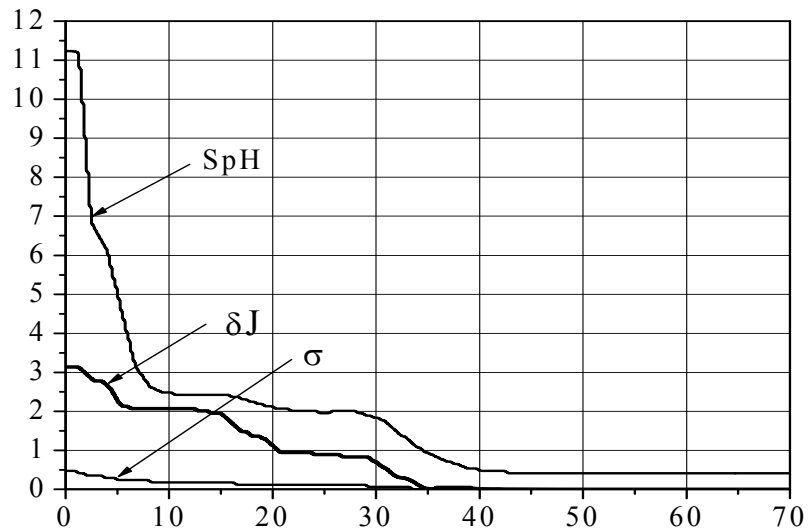


Рис. 5 – Ілюстрація до експерименту 1

В експерименті 2 центр \hat{x}_0 апіорного еліпсоїда покладался рівним $\hat{x}_0 = (10, 10, 10, 0, 0, 0)^T$. При цьому $\sigma(0) > 1$ і $x^* \notin E(\hat{x}_0, H_0)$. Однак, (див. рис. 6) згодом еліпсоїд «захоплює» точку x^* і далі при всіх $t_k \geq 10$ функція $\sigma(t_k) < 1$, $x^* \in E[\hat{x}(t_k), H(t_k)]$. Графіки функцій $SpH(t_k)$ і $\delta J(t_k)$ ілюструють процеси збільшення «розміру» еліпсоїда й спадання похибки оцінювання тензора інерції. Характер процесів $\Lambda(t_k)$, $\omega(t_k)$ і $G(t_k)$ був аналогічний до відповідних процесів в експерименті 1 і тому не наводиться.

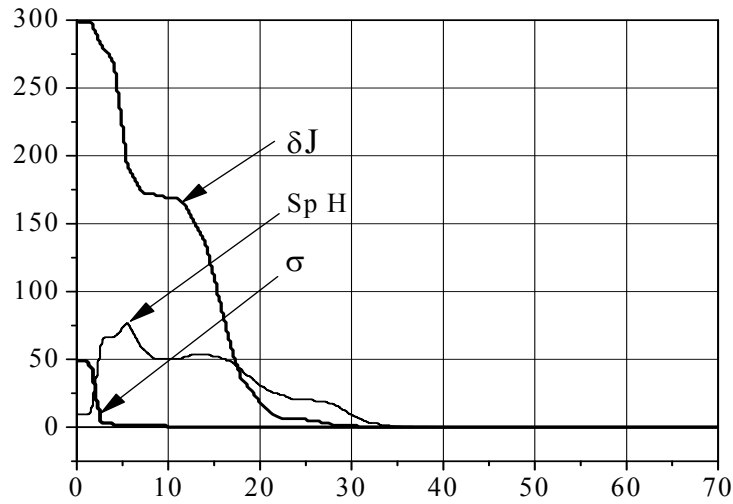


Рис. 6 – Ілюстрація до експерименту 2

В експерименті 3 апріорний еліпсоїд $E(\hat{x}_0, H_0)$ збігався з еліпсоїдом з експерименту 1. Однак, у момент часу $t_k = 15$ імітувалася стрибкоподібна зміна тензора інерції J . Для цього в комп'ютерній програмі при $t_k = 15$ значення x^* замінювалося на значення $x^* = 0,005(0, 0, 0, 1, 1, 1)^T$. З рис. 7 видно, що при $t_k = 15$ функція $\sigma(t_k)$ стрибкоподібно набувала значення $\sigma(t_k) > 1$ й еліпсоїд «втрачав» точку x^* , $x^* \notin E[\hat{x}(t_k), H(t_k)]$. Однак далі при $t_k > 15$ відбувалися процеси збільшення «розміру» еліпсоїда, «захоплення» ним точки x^* і спадання похибки оцінювання, аналогічні до відповідних процесів в експерименті 2.

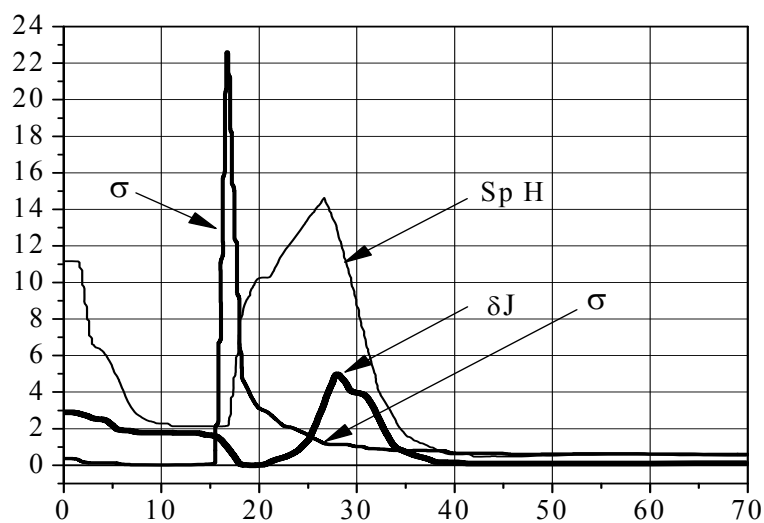


Рис.7 – Ілюстрація до експерименту 3

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ І ВИСНОВКИ

Проблеми оцінювання динамічних параметрів КА в умовах польоту за інформацією типових бортових позиційних і швидкісних датчиків систем орієнтації й управління просторовим рухом (астродатчики й гіроскопічні датчики орієнтації, датчики кутових швидкостей, ньютонметри), у звіті зведені до систем лінійних нерівностей, для розв'язування яких існують розвинені математичні методи. Зокрема, у звіті використовуються розроблені авторами методи, що ґрунтуються на теоретико-множинній інтерпретації властивостей невизначеності математичних моделей динамічних систем. Конкретно: робастні алгоритми еліпсоїдального оцінювання стану і параметрів динамічних систем, що являють собою по суті методи розв'язування згаданих систем нерівностей певної специфіки. Ця специфіка полягає в тому, що системи нерівностей формуються і можуть доповнюватися в процесі функціонування систем керування.

Отримано ряд алгоритмів оцінювання в польотних умовах динамічних параметрів КА, керованих системами силових гіроскопів довільної структури. Вирішуються задачі оцінювання тензора інерції й координат центру мас. У спеціальній літературі ці задачі названі серед найбільш важливих для розробки прецизійних систем керування рухом існуючих і перспективних КА.

На відміну від існуючих методів оцінювання тензора інерції й координат центру мас, запропоновані тут методи, загалом кажучи, не припускають реалізації тих чи інших видів спеціальної орієнтації КА (закрутка відносно певних осей або підтримки деякої орієнтації). Оцінювання тензора інерції може відбуватися і при штатному функціонуванні КА при розв'язанні ним заданих цільових задач. Природно, вони зберігають працездатність і при вищезгаданих спеціальних видах управління орієнтацією КА.

Іншою відмінністю запропонованих методів і більш того, на наш погляд, їх перевагою є те, що разом з одержанням оцінок шуканих тензора інерції й положення центру мас вони паралельно дають і точність цих оцінок. Ці оцінки задаються у вигляді приналежності елементів матриці інерції або вектора координат центру мас еліпсоїдам у відповідних просторах параметрів. Зазначено спосіб одержання з еліпсоїдальних оцінок інтервальних оцінок шуканих значень елементів матриці інерції і координат центру мас. При цьому запропоновані методи за обчислювальною складністю не відрізняються від

існуючих, що ґрунтуються на методі найменших квадратів або алгоритмах фільтра Калмана.

За допомогою комп'ютерного моделювання проілюстрована ефективність запропонованих алгоритмів при їхньому функціонуванні в контурі керування орієнтацією КА.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

До Вступу

1. Ащепкова Н.С. Анализ изменений тензора инерции микроспутника // Вісник Дніпропетровського університету. Серія «Ракетно-космічна техніка», 2011. Вип. 14, С.29–33.
2. Ащепкова Н.С., Шептун Ю.Д. Математическая модель космического аппарата с манипулятором // Космічна наука і технологія. 1997.т.3.№ 5/6. С. 34–42.
3. Сомов Е.И., Бутырин С.А., Сомов С.Е. Полетная идентификация тензора инерции крупногабаритного информационного спутника по сигналам астроизмерительной системы. – Управление в технических, эргатических и сетевых системах – УТОСС–2012. –Санкт–Петербург, 9–11 октября. – С.470–473.
4. Андреев Г.М., Алексеев К.Б., Киселев М.И. Об определении тензора инерции космического аппарата в полете // Космические исследования.1978. Т. 16. № 3. С. 456–459.
5. Алексеев К.Б., Николаев Н.В. Об одном способе определения тензора инерции аппарата в полете // Известия АН СССР. Механика твердого тела. 1989. №2. С. 60–61.
6. Сазонов В.В., Беляев М.Ю., Зыков С.Г. Исследование задачи оценивания тензора инерции орбитальной станции «Мир» по данным измерений кинетического момента гиринов // Космические исследования. – 1994. – т. 32. – вып. 3. – С. 3 – 16.
7. Сарычев В.А., Сазонов В.В., Беляев М.Ю. и др. Оценивание тензора инерции орбитальной станции “Мир” по данным измерений кинетического момента гиринов // Космические исследования 1994. Т. 32. вып. 4–5. С. 22–42.
8. Bergmann E., Dzielski J. with Torque-Generating Control // J. Guid. Control. Dyn. 1990. Т. 13. № 1. С. 99–103.
9. Успенский В.Б. Определение моментов инерции ИСЗ в условиях гиросилового управления вращением // Вестник Харьковского Государственного политехнического университета. –1999. – вып.57. – С. 82 – 86.
10. Ковтун В.С., Банит Ю.Р., Чернопяттов А.Н. Способ определения инерционных характеристик космического аппарата с помощью силовых гироскопов и реактивных двигателей. Пат. 2208559, Россия, «Ракетно-космическая корпорация «Энергия». Заявл. 29.10.2001, Опубл. 20.07.2003.

11. Алексанов Е.А., Алексеев К.Б., Шадян А.В. К вопросу идентификации тензора моментов инерции в полете // Машиностроение и инженерное образование, – Издательство: МГМУ, 2010, вып. 4. –С. 73–78.
12. Иванов Д.С., Меус С.В., Овчинников А.В., Овчинников М.Ю. [и др.] Методы идентификации динамических параметров и оценки колебаний космических аппаратов с нежесткими элементами конструкции // Препринт ИПМ. 2015. № 78. 32 с.
13. Завалишин Д.А., Беляев М.Ю., Сазонов В.В. Оценка динамических характеристик международной космической станции по измерениям акселерометра MAMS // Препринт ИПМ, 2005, № 101.

До розділу 1

1. Раушенбах Б.В., Токарь Е.Н. Управление ориентацией космических аппаратов. – М.: Наука, 1974. – 600 с.
2. Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. – М.: Наука, 1976. – 320 с.
3. Токарь Е.Н., Легостаев В.П., Михайлов М.В., Платонов В.Н. Управление избыточными гиросиловыми системами // Космические исследования.- 1980, т.18, вып. 2.- С.147-156.
4. Токарь Е.Н. Критерии настройки гиросиловых систем // Космические исследования.- 1980, т.18, вып. 3. – С.307- 315.
5. Волосов В.В., Тютюнник Л.И. Синтез законов управления ориентацией космического аппарата с использованием кватернионов // Космічна наука та технологія. – 1999.–т 5, № 4. – С. 61–69.
6. Волосов В.В., Хлебников М.В., Шевченко В.Н. Алгоритм прецизионного управления ориентацией космического аппарата при действии неконтролируемого возмущения // Проблемы управления и информатики. – 2011. – № 2. – С. 114-121.
7. Виттенбург Й. Динамика систем твердых тел. – М.: Мир, 1990. – 292 с.
8. Абалакин В.К., Аксенов Е.П. и др. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике. – М.: Наука, 1976. – 862 с.
9. Ковтуненко В.М., Камеко В.Ф., Яскевич Э.П. Аэродинамика орбитальных космических аппаратов. – Киев.: Наукова думка. – 1977. – 156 с.
10. Коваленко А.П. Магнитные системы управления космическими летательными аппаратами. – М.: Машиностроение, 1975. – 248 с.
11. Белецкий В.В. Движение спутника относительно центра масс в гравитационном поле. – Изд-во МГУ, 1975. – 308с.

12. Васильев В.Н. Оптимизация настройки минимально-избыточной системы гироскопов // Изв. РАН. Механика твердого тела, 1999, № 4, С. 3–10.
13. Беленький А.Д., Васильев В.Н. Моментные характеристики избыточной системы электродвигателей-маховиков // Вопросы электромеханики Т.107. 2008.–С. 7–10.
14. Беленький А.Д., Васильев В.Н., Семенов М.Е. Тестовое диагностирование избыточных маховичных систем // Вопросы электромеханики 2014. –т. 142. – С. 25–28.
15. Волосов В.В., Куценко И.А., Попадинец В.И. Математические модели вращательного движения космических аппаратов с избыточными системами гироскопов и маховиков и задачи управления их ориентацией. ч. I; ч.2 – Проблемы управления и информатики. – 2003.– № 1. – С.101–116; 2003, № 3. – С.109–116.
16. Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. – М.: Наука. – 1967. – 472 с.
17. Рябова А.В., Тертычный-Даури В.Ю. Элементы теории устойчивости. – Изд-во ИТМО С.-Пб, 1915.–208с.
18. Бухгольц Н.Н. Основы курс теоретической механики. Ч.II. – М.: Наука, 1969. – 332 с.
19. Маркеев А.П. Теоретическая механика. Учебн. для ун-тов.–Москва: ЧеРо, 1999, 572с.
20. Алексеев К.Б., Николаев И.В. Об одном способе определения тензора инерции в полете // Изв. АН СССР, Механика твердого тела, – 1989. – № 2. – С. 60 – 61.
21. Успенский В.Б. Определение моментов инерции ИСЗ в условиях гиросилового управления вращением // Вестник Харьковского Гос. политехнического университета. –1999. – вып.57.– С .82 – 86.
22. Воєводин В.В., Кузнецов Ю.А. Матрицы и вычисления. – М.: Наука, 1984. – 320 с.
23. Волосов В.В. Робастные алгоритмы эллипсоидального оценивания состояния многомерных нестационарных непрерывных динамических систем // Проблемы управления и информатики. –1999. – № 4. – С. 38 – 52.
24. Волосов В.В. К построению параметрических семейств эллипсоидальных оценок и их оптимизации в задачах нестохастической идентификации параметров и состояния многомерных дискретных объектов управления // Проблемы управления и информатики. –1996. – № 4. – С. 37 – 53.
25. Волосов В.В., Калита А.С. Исследование алгоритма одновременного оценивания фазового состояния и параметров дискретного динамического объекта // Кибернетика и вычислит. техника. –1988. – вып. 79. – С. 23 – 28.

До розділу 2

1. Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики. Ч.II. – М.: Наука, 1969. – 332 с.
2. Bergmann E., Dzielski J. with Torque-Generating Control // J. Guid. Control. Dyn. 1990. Т. 13. № 1. С. 99–103.
3. Ишлинский А.Ю. Ориентация, гироскопы и инерциальная навигация. – М.: Наука, 1976. – 672 с.
4. Завалишин Д.А., Беляев М.Ю., Сазонов В.В. Оценка динамических характеристик Международной космической станции по измерениям акселерометра MAMS // Препринт ИПМ, 2005, № 101.

До розділу 3

1. Бахвалов Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. — М.: Наука, 1987. — 600 с.